

第一章

集合与充要条件

第一节

集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. 下列条件中能构成集合的是().

A. 世界著名的数学家

B. 在数轴上与原点的点非常近的点

C. 所有的等腰三角形

D. 全年级成绩优异的同学

2. 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是().

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

3. 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是().

A. $\emptyset$

B. $\{4, 6, 8\}$

C. $\{3, 5, 7\}$

D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

4. 若集合 $M = \{3, 1, a-1\}$, $N = \{-2, a^2\}$, N 为 M 的子集, 则 a 的值是().

A. -1

B. 1

C. 0

D. 3

5. 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subsetneq \{0\}$, 其中正确的个数为().

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

6. 集合 $\{a, b, c, d\}$ 所有子集的个数是().

- A. 8
B. 14
C. 15
D. 16

7. 下列说法正确的有().

- (1) 空集没有子集;
(2) 任何集合至少有两个子集;
(3) 空集是任何集合的真子集;
(4) 若 $\emptyset \subsetneq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

8. 满足条件 $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是().

- A. 3
B. 6
C. 7
D. 9

9. 集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则集合 M 与 N 的关系是().

- A. $M = N$
B. $M \subsetneq N$
C. $M \supsetneq N$
D. $M \cap N = \emptyset$

10. 下列命题中正确的是().

- A. $\{x \mid x^2 + 2 = 0\}$ 在实数范围内无意义
B. $\{(1, 2)\}$ 与 $\{(2, 1)\}$ 表示同一个集合
C. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示相同的集合
D. $\{4, 5\}$ 与 $\{5, 4\}$ 表示不同的集合

二、填空题

11. 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的根的集合, 用描述法可表示为_____.

12. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

- (1) 1 _____ $\mathbf{N}^*$; (2) -2 _____ $\mathbf{N}^*$; (3) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}^*$;
(4) 5 _____ $\mathbf{Z}$; (5) -6 _____ $\mathbf{Z}$; (6) $\frac{5}{6}$ _____ $\mathbf{Z}$.

13. 用列举法表示集合 $\{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 结果是_____.

14. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.

15. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x \mid 0 \leq x < 2\}$, 则集合 A, B 的关系是_____.

三、解答题

16. 下列集合中哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

- (1) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = 1\}$; (2) $\{x \in \mathbf{R} \mid x > 1\}$;

$$(3) \{(x, y) \mid y=2x, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\};$$

$$(4) \{x \in \mathbf{R} \mid |x| < 0\};$$

$$(5) \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - x - 2 = 0\}.$$

17. 已知 1 是由 $|a+1|, a+2$ 组成的集合中的元素, 求实数 a 的值.

18. 已知集合 $A = \{x \mid (a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0\}$, 且集合 A 有且只有一个非空子集, 求实数 a 的值.

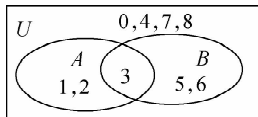
19. 已知集合 $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$, $B = \{1, n, n^2\}$, 其中 $m, n \in \mathbf{R}$. 若 $A = B$, 求 m, n 的值.

20. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

第二节 集合的运算

一、选择题

1. 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{2,4,5\}$, 则以下各项正确的是().
 A. $A \cap B = \{1,4\}$ B. $A \cup B = \{2,5,4\}$
 C. $\{1\} \in A$ D. $1 \in A$
2. 已知集合 $A=\{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 3\}$, $B=\{-2,0,1\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{0,1\}$ B. $\{-1,0,1\}$
 C. $\{-2,0,1\}$ D. $\{-1,0,1,2\}$
3. 集合 $A=\{a,e\}$, $B=\{a,e,d,c\}$, $C=\{e,f\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ ().
 A. $\{a,e\}$ B. $\{a,e,d,f\}$
 C. $\{a,e,d,c\}$ D. $\{a,e,f\}$
4. 已知 $M=\{(x,y) \mid x+y=5\}$, $N=\{(x,y) \mid x-y=7\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 A. $x=1, y=6$ B. $(-1,6)$
 C. $\{6,-1\}$ D. $\{(6,-1)\}$
5. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $A=\{1,2\}$, $B=\{5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$ ().
 A. $\{5\}$ B. $\{3,4,5\}$
 C. $\{3,4\}$ D. $\{1,2,5\}$
6. 设集合 $A=\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B=\{x \mid x \leq a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值集合为().
 A. $\{a \mid a < 2\}$ B. $\{a \mid a \geq -1\}$
 C. $\{a \mid a < -1\}$ D. $\{a \mid -1 \leq a \leq 2\}$
7. 若集合 $A=\{-1,1\}$, $B=\{x \mid mx=1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为().
 A. 1 B. -1
 C. 1 或 -1 D. 1, -1 或 0
8. 已知三个集合 U, A, B 之间的关系如图所示, 则 $(\complement_U B) \cap A =$ ().



- A. $\{3\}$ B. $\{0,1,2,4,7,8\}$
- C. $\{1,2\}$ D. $\{1,2,3\}$

9. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 8\}$, 那么集合 $\{2, 4, 9\}$ 是().

A. $A \cup B$

B. $A \cap B$

C. $\complement_U(A \cap B)$

D. $\complement_U(A \cup B)$

10. 已知集合 $A = \{a, b, 2\}$, $B = \{2, b^2, 2a\}$, 且 $A \cap B = A \cup B$, 则 $a = ()$.

A. 0

B. $\frac{1}{4}$

C. 0 或 $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, a\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知集合 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 1, 2\}$, $C = \{0, 1, 3\}$, 则 $A \cap B \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设集合 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 \geq 1\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

16. 已知 $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x < 6\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 求 $\complement_U(A \cap B)$, $\complement_U(A \cup B)$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

17. 已知集合 $A = \{x \mid -4 < x < m\}$, $B = \{x \mid 0 \leq x \leq -1\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.

18. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U (A \cup B)$ 及 $(\complement_U A) \cap B$.

19. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x<3 \text{ 或 } x\geqslant 7\}$, $B=\{x|x<a\}$. 若 $(\complement_U A)\cap B\neq\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

20. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2+3x+2=0\}$, $B=\{x|x^2+(m+1)x+m=0\}$. 若 $(\complement_U A)\cap B=\emptyset$, 求 m 的值.

10. “2 的倍数”是“4 的倍数”的_____条件.
 11. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
 12. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

14. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

15. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求方程有两个大于 1 的实根的充要条件.

第一章测试题

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为().

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}^*$; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.

- A. 1
C. 3
- B. 2
D. 4

2. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N = ()$.

- A. $\{x | -5 < x < 5\}$
C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$
- B. $\{x | 3 < x < 5\}$
D. $\{x | -3 < x < 5\}$

3. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 所有真子集的个数为().

- A. 3
C. 7
- B. 6
D. 8

4. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B$ 等于().

- A. $\{4, 5, 6\}$
C. $\{4\}$
- B. $\{1, 4, 5, 6\}$
D. $\emptyset$

5. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B = ()$.

- A. $\{0, 2, 3, 6\}$
C. $\{1, 2, 5, 8\}$
- B. $\{0, 3, 6\}$
D. $\emptyset$

6. 下列三个命题中真命题的个数是().

(1) 所有的奇数组成的集合可表示为 $\{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$;

(2) 集合 $A = \{x | x^2 + 1 = 0\}$ 只有 1 个真子集;

(3) 若 $p: \sin \alpha = 1, q: \alpha = \frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 成立的充分不必要条件.

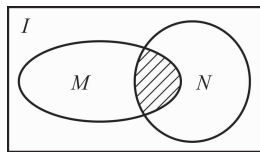
- A. 0
C. 2
- B. 1
D. 3

7. 设 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $[1, 3]$
C. $[1, +\infty)$
- B. $[3, +\infty)$
D. $(1, 3)$

8. 集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x | x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合为().

- A. $\{x | x \leq 1\}$
 B. $\{x | x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 2\}$
 D. $\{x | -2 < x \leq 1\}$



9. 下列四个命题, 其中错误的有()个.

- (1) 若 $x \in A$, 则 $x \in A \cap B$;
 (2) $\{x | |x| + 3 = 0\} \cap A = \emptyset$;
 (3) 若集合 $A \cup B = \emptyset$, 则 $A = B = \emptyset$;
 (4) 若集合 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$.

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4

10. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 中元素的个数为().

- A. 1
 B. 2
 C. 3
 D. 4

二、填空题

11. “ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的_____条件.
 12. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ _____.
 13. 设集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{-1, 5, 2\}$, 且 $A \cap B = \{2\}$, 那么 $A \cup B =$ _____.
 14. 已知集合 $A = \{(x, y) | x - y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
 15. 设集合 $A = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $B = \{-1, 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 那么 $m =$ _____.

三、解答题

16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 求 $A \cap B$, $(\complement_U A) \cup B$.

17. 已知集合 $A = \{m^2, m+1, -3\}$, $B = \{m-3, 2m-1, m^2+1\}$. 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 m 的值.

18. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x \mid 1 < x < a\}$ (a 为常数).

(1) 若 $a = \frac{3}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 + 1\}$. 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

20. 若集合 $A = \{x \mid ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 中最多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

第二章

不等式

第一节 不等式的基本性质与区间

一、选择题

1. 若 $3a-1$ 不小于 $4a-6$, 那么实数 a 的取值范围是().

- A. $\{a|a>5\}$ B. $\{a|a\geq 5\}$
C. $\{a|a<5\}$ D. $\{a|a\leq 5\}$

2. 设集合 $A=(-3,2)$, $B=(-2,3)$, 则 $A\cup B=()$.

- A. $(-3,2)$ B. $(-2,3)$
C. $(-3,3)$ D. $(-2,2)$

3. 设集合 $A=(0,+\infty)$, $B=(-1,1)$, 则 $A\cap B=()$.

- A. $(0,1)$ B. $(-1,+\infty)$
C. $(-1,1)$ D. $(0,+\infty)$

4. 已知 $a+b>0$, $b<0$, 则 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是().

- A. $a>b>-b>-a$ B. $a>-b>-a>b$
C. $a>b>-a>-b$ D. $a>-b>b>-a$

5. 下面四个条件中, 使 $a>b$ 成立的条件是().

- A. $a>b+1$ B. $a>b-1$
C. $a^2>b^2$ D. $|a|>b$

6. 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{d}$ 与 $\frac{b}{c}$ 的关系是().

A. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

B. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

C. $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

D. 无法确定

7. 给出以下四个命题:

①若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

②若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$;

③若 $a > |b|$, 则 $a > b$;

④若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$.

其中正确的是().

A. ①②

B. ①③

C. ③④

D. ②④

8. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}, a > b$, 则下列不等式成立的是().

A. $a^2 > b^2$

B. $ac > bc$

C. $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$

D. $a-c < b-c$

9. 下列实数比较大小, 正确的是().

A. $a > -a$

B. $0 > -a$

C. $a < a+1$

D. $-\frac{1}{b} < -\frac{1}{4}$

10. a 是一个整数, 则 a 与 $3a$ 的大小是().

A. $a > 3a$

B. $a < 3a$

C. $a = 3a$

D. 无法确定

二、填空题

11. 集合 $\{x \mid x \geq 1\}$ 可用区间表示为_____.

12. 若 $a > b > 0$, 则 $a(a+b)$ _____ a^2 . (填“>”“<”或“=”)

13. 集合 $A = \{x \mid 2x-3 > 7\}, B = \{x \mid x+2 < 9\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ _____.

14. 已知 $5 < x < 20, 3 < y < 12$, 则 $x+y$ 的取值范围为_____; $x-y$ 的取值范围为_____.

15. 当 $m > 0, n > 0, m \neq n$ 时, $m^4 + n^4$ _____ $m^3n + mn^3$. (填“>”“<”或“=”)

三、解答题

16. 比较 $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 和 $\sqrt{10}$ 的大小.

17. 比较 $(a+3)(a-5)$ 与 $(a+2)(a-4)$ 的大小.

18. 比较 $(x^2+2)^2$ 与 x^4+x^2+3 的大小.

19. 比较 $x^2 + y^2$ 与 $4x + 6y - 15$ 的大小.

20. 已知三个不等式:① $ab > 0$;② $-\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$;③ $bc > ad$. 以其中两个作为条件,余下一个作为结论,可以组成多少个正确的命题?

第二节 一元一次不等式

一、选择题

1. 不等式 $2x-6>8$ 的解集为().

A. $(7, +\infty)$

B. $(-\infty, 7)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(-\infty, 1)$

2. 一元一次不等式 $-3x+15>0$ 的解集为().

A. $\{x|x<5\}$

B. $\{x|x>5\}$

C. $\{x|x<-5\}$

D. $\{x|x>-5\}$

3. 不等式组 $\begin{cases} 5-x<0, \\ x-2\leq 0 \end{cases}$ 的解集为().

A. $\{x|x<2\}$

B. $\{x|x>5\}$

C. $\{x|2<x<5\}$

D. $\emptyset$

4. x 是什么实数时, $\sqrt{x-\frac{2}{5}}$ 有意义? ().

A. $\left\{x\left|x>\frac{2}{5}\right.\right\}$

B. $\left\{x\left|x>-\frac{2}{5}\right.\right\}$

C. $\left\{x\left|x\geq\frac{2}{5}\right.\right\}$

D. $\left\{x\left|x\geq-\frac{2}{5}\right.\right\}$

5. “ $x>2$ ”是“ $5x-20>0$ ”的().

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 集合 $A=\{x|x+5>7\}$, $B=\{x|x<3\}$, 则 $A\cap B=()$.

A. $\{x|-3<x<-2\}$

B. $\{x|2<x<3\}$

C. $\{x|3<x<12\}$

D. $\emptyset$

7. 不等式组 $\begin{cases} 3x-2\leq -3, \\ \frac{2x-5}{3}<2+\frac{x+2}{3} \end{cases}$ 的解集为().

A. $\left\{x\left|-\frac{1}{3}<x\leq 13\right.\right\}$

B. $\left\{x\left|-\frac{1}{3}\leq x\leq 13\right.\right\}$

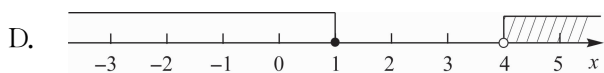
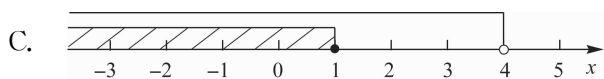
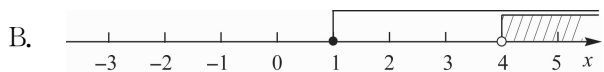
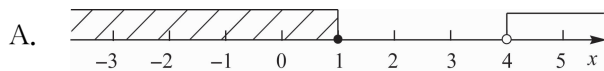
C. $\{x|x\leq 13\}$

D. $\left\{x\left|x\leq -\frac{1}{3}\right.\right\}$

8. 如果关于 x 的不等式 $(a-2)x > a+7$ 和 $x > 4$ 的解集相同, 则 a 的值为().

- A. 5
B. 4
C. 3
D. 2

9. 不等式组 $\begin{cases} 2x-5 < 3, \\ 3-x \geq 2 \end{cases}$ 的解在数轴上表示为().



10. 若不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x < b \end{cases}$ 无解, 则不等式组 $\begin{cases} x > 3-a, \\ x < 3-b \end{cases}$ 的解集是().

- A. $\{x | -b < x < 3-a\}$
B. $\{x | b-3 < x < a-3\}$
C. $\{x | 3-a < x < 3-b\}$
D. $\emptyset$

二、填空题

11. 不等式 $x-2 < 7$ 的解集为_____.

12. 不等式组 $\begin{cases} x+3 > 5 \\ x-4 < 4 \end{cases}$ 的解集为_____.

13. 不等式组 $\begin{cases} x < 7 \\ x-7 \leq 0 \end{cases}$ 的解集为_____.

14. 不等式 $\frac{6}{x-3} > 0$ 的解集为_____.

15. 若关于 x 的不等式 $2x-m \leq 0$ 的正整数解是 1, 2, 3, 则 m 的取值为_____.

三、解答题

16. 解不等式 $\frac{x-5}{3} \leq 8 - \frac{3x+1}{3}$.

17. 解不等式组 $\begin{cases} 3x < x+8, \\ 5-x \geqslant 2. \end{cases}$

18. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{2}{2x-3} > 0, \\ \frac{x-1}{3} < 0. \end{cases}$

19. 解不等式 $4(x+1)-1 \geq 7-2(x-1)$, 并把解集在数轴上表示出来.

20. 不等式组 $\begin{cases} x < a, \\ x-3 < -1 \end{cases}$ 的解集为 $\{x | x < a\}$, 求 a 的取值范围.