



“十四五”职业教育国家规划教材
(中等职业学校公共基础课程教材)

数学

SHUXUE

基础模块 上册

丘维声 主编



“十四五”职业教育国家规划教材
(中等职业学校公共基础课程教材)

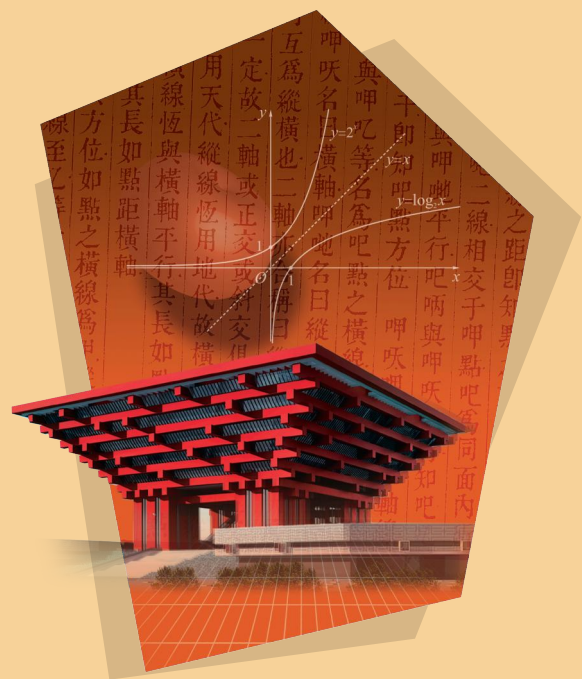
数学

基础模块

上册

CIS

湖南科学技术出版社



责任编辑: 胡 旺 邹伟华 袁 军
责任美编: 殷 健

ISBN 978-7-5710-1081-2



9 787571 010812 >

定价: 23.75 元



绿色印刷产品

CIS 湖南科学技术出版社

前言

FOREWORD

根据教育部职业教育与成人教育司于 2020 年颁布的《中等职业学校数学课程标准》，我们编写了《数学·基础模块(上册)》《数学·基础模块(下册)》。这套教材的主要特色如下：

一、寓思想政治教育于教材内容中

《数学·基础模块(上册)》第 1 章《集合》的章头使用庆祝中华人民共和国成立 70 周年大会盛况的照片。第 3 章 3.6 节介绍了“中国天眼”，“中国天眼”的主要目标之一是寻找脉冲星，截至 2021 年 3 月，“中国天眼”发现脉冲星 300 余颗。脉冲星会不断发出脉冲信号。我们编写了一个脉冲信号的例子，画了它的图像。3.2 节我们列表给出北京市从 2013 年至 2020 年全年空气质量优良的天数，其中 2020 年空气质量优良的天数为 276 天，占全年天数的 $\frac{3}{4}$ 。《数学·基础模块(下册)》第 7 章 7.1 节的开头语是：“锄禾日当午，汗滴禾下土。谁知盘中餐，粒粒皆辛苦。”接着说：“物体在太阳光线照射下会在地面留下它的影子，若中午的太阳光线与地面垂直，把物体对应到它的影子叫作正投影。”画三视图的关键是空间在平面上的正投影。

在第 2 章数学文化中，我们写上了“2021 年 5 月 15 日 7 时 18 分，‘天问一号’着陆巡视器成功着陆于火星，我国首次火星探测任务着陆火星取得圆满成功”。

二、按照数学的思维方式编写教材

数学的思维方式把数学课程标准中的数学学科核心素养贯穿起来，突出数学学科核心素养的培养：数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象、数据分析和数学建模。

数学的思维方式是一个全过程：观察客观现象，提出要研究的问题，抓住主要特征，抽象出概念；运用解剖麻雀、直觉、想象、归纳、类比、联想、逻

辑推理等进行探索，猜测可能有的规律；只使用公理、定义和已经证明了的定理进行逻辑推理来严密论证，揭示出事物的内在规律，从而使纷繁复杂的现象变得井然有序。“观察——抽象——探索——猜测——论证”是数学思维方式全过程的五个重要环节。

按照数学的思维方式学习数学是学好数学的正确途径，在学习数学的过程中受到数学思维方式的熏陶和训练，这有助于培养创新能力，有助于培养能工巧匠、大国工匠。

三、教材内容体系严密，科学性强，富有时代特色.

《数学·基础模块(上、下册)》体系严密，科学性强，作者遵循中职学生的认知规律，精心编写每一学时的内容和练习题，行文流畅，阐述清晰，富有时代特色，使得教师好教、学生易学.

集合是数学中最基础的概念，为后续内容打下了坚实的基础，函数的定义域、函数的图像、函数的单调区间，与角 α 终边相同的所有角，随机事件的刻画等都要用到集合.

函数的图像是非常重要的，我们给出了函数的图像的定义：设 $y=f(x)$ 是定义域为 A 的一个函数，在平面直角坐标系 xOy 里，以自变量 x 取的一个值 a 为横坐标，相应的函数值 $f(a)$ 为纵坐标，描出点 $M(a, f(a))$ ，当 a 取遍 A 的所有元素时，坐标为 $(a, f(a))$ 的点组成的集合称为函数 $y=f(x)$ 的图像. 从这个定义得出

点 $M(a, b)$ 在定义域为 A 的函数 $y=f(x)$ 的图像上

$$\Leftrightarrow a \in A \text{ 且 } b=f(a).$$

这个结论是数形结合的根基.

关于函数的奇偶性，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 A ，图像为 E . 我们引导学生探索在什么条件下， $y=f(x)$ 的图像 E 关于 y 轴对称.

$y=f(x)$ 的图像 E 关于 y 轴对称

$$\Leftrightarrow E \text{ 上的每一个点 } P(a, f(a)) \text{ 关于 } y \text{ 轴的对称点 } Q(-a, f(a)) \text{ 仍在 } E \text{ 上}$$

$$\Leftrightarrow -a \in A, \text{ 且 } f(-a)=f(a), \text{ 对于一切 } a \in A.$$

从这个结论我们引出了偶函数的概念，并且得到了偶函数的图像关于 y 轴对称的结论，达到了一箭双雕的效果.

关于概率的定义,我们作了改进.掷一枚硬币出现正面向上的频率接近于 $\frac{1}{2}$,并且硬币是均匀的、对称的,因此每一次掷硬币,出现正面向上与出现反面向上的可能性是一样的.大量例子表明:在随机现象中,出现的每一个结果的可能性大小是客观存在的,它可以用一个不超过1的非负实数来刻画,这个数就叫作出现这个结果的概率.

四、从生活到数学,用生活中的例子引出数学概念和数学知识,并且用到生活中去.

在《数学·基础模块(上册)》第3章3.2节,我们讲了:北京市鼓励居民节约用水,对自来水费实行阶梯水价,2020年对于5人(含)以下的家庭,单位水价 y (元/ m^3)是一年累计用水量 x (m^3)的函数:

$$y = \begin{cases} 2.07, & 0 \leq x \leq 180, \\ 4.07, & 180 < x \leq 260, \\ 6.07, & x > 260. \end{cases}$$

从这个生活中的实际例子引出了分段函数的概念.

在第4章4.6节,把对数函数用到药物的半衰期上.

五、把数学文化融入教材内容中,结合数学教学的内容,写了多个数学文化,展示中华优秀传统文化,弘扬中华优秀传统文化.

第1章的数学文化是:集合与全局在胸、言简意赅.第2章的数学文化是:实数大小的比较与“天生一个仙人洞,无限风光在险峰”.第3章的数学文化是:函数的概念与更上一层楼.第4章的数学文化是:数学的讲道理.第6章的数学文化是:数形结合与鱼水相依.第8章的数学文化是:数学的思维方式.

在《数学·基础模块(上册)》写有《数学文化:数学的讲道理》,我们写道:

讲道理是中华民族的传统美德.中国人民对于知书达理、通情达理、合情合理、言之有理、有条有理、以理服人、顺理成章这些词语耳熟能详.

数学是讲道理的,学习数学要掌握数学知识,还要学习讲道理,这有助于培养高素质技术技能人才.

数学讲道理的特征之一是顺理成章,环环相扣.

数学讲道理的特征之二是严谨精确，滴水不漏.

数学讲道理的特征之三是茅塞顿开，豁然开朗.

在《数学·基础模块(下册)》写有《数学文化：数学的思维方式》，其中写道：

数学以公式之优美、理论之奇妙、论证之严密、应用之广泛令人惊叹不已！究其原因，数学的思维方式发挥着巨大的威力.

数学的思维方式是一个全过程(详见前文). 数学的思维方式在创新中起着重要作用. 一个重要的数学概念的提出，往往是数学创新迈出的第一步. 进行艰辛的探索是数学创新的必经之路. 在探索的基础上产生的想法(通常称之为猜想)是在创新旅程中迈上的一个新台阶. 寻求对于猜想的论证吸引着众多的数学家呕心沥血，最终取得的突破性进展是数学创新的一个标志.

按照数学的思维方式学习数学是学好数学的正确途径，在学习数学的过程中受到数学思维方式的熏陶和训练，这有助于培养创新能力.

六、与信息技术相结合，利用计算机软件画图.

在第4章后设栏目：用计算机画函数的图像，画出了指数函数 $y=e^x$ 的图像，自然对数函数 $y=\ln x$ 的图像，常用对数函数 $y=\lg x$ 的图像，还画出了不同底数的指数(对数)函数的图象.

在第7章后设栏目：用计算机画空间图形的直观图.

在第8章后设栏目：用计算机模拟掷质地均匀的硬币试验.

本书是基础模块上册，内容包括：集合、不等式、函数、指数函数与对数函数。完成本书教学需要45学时，学时分配见下表：

学时分配表

章内容	学时数
第1章 集合	8+1
第2章 不等式	10+1
第3章 函数	11+1
第4章 指数函数与对数函数	12+1

基础模块下册内容包括：三角函数、直线与圆的方程、简单几何体、概率与统计初步.

本套教材由丘维声任主编，副主编为：郭玉峰、王晓宏. 参加教材编写的有：丘维声、郭玉峰、王晓宏、曹永刚、李义林、胡旺、李超贵、刘亚利、邹楚林、方勇、周文洁、牛文瑞、胡顺华.

作者感谢教育部职业教育与成人教育司中等职业学校公共基础课程教学教材评审组的全体专家对本套教材的初稿提出的宝贵意见. 作者感谢参加试教的中职数学老师提出的宝贵意见. 作者感谢为本书做出大量工作的出版社领导和编辑.

作者欢迎广大读者对本套教材提出宝贵意见.

丘维声
于北京大学数学科学学院
2021年5月

目录

CONTENTS

第1章 集合	1
1.1 集合与元素	2
1.2 集合的表示法	5
1.3 集合之间的关系	11
1.4 集合的运算	15
本章小结	22
复习题一	24
数学文化 集合与全局在胸、言简意赅	26
第2章 不等式	28
2.1 比较实数大小的方法	29
2.2 不等式的基本性质	31
2.3 区间	34
2.4 一元二次不等式的解法	37
2.5 不等式的应用	42
2.6 含有绝对值的不等式	46
本章小结	49
复习题二	51
数学文化 实数大小的比较与“天生一个仙人洞，无限风光在险峰”	53
第3章 函数	55
3.1 函数的概念	56
3.2 函数的三种表示法	59
3.3 函数的单调性	65
3.4 函数的奇偶性	70

3.5 一元二次函数的性质与图像	77
3.6 函数的应用举例	84
本章小结	90
复习题三	92
数学文化 函数的概念与更上一层楼	95

第4章 指数函数与对数函数 97

4.1 实数指数幂及其运算法则	98
4.2 指数函数的性质与图像	105
4.3 指数函数的应用举例	111
4.4 对数的概念与计算, 积、商、幂的对数	114
4.5 对数函数的性质与图像	123
4.6 对数函数的应用举例	127
本章小结	130
复习题四	131
数学实验 用计算机画函数的图像	133
数学实验 不同底数的指数(对数)函数的图像	134
数学文化 数学的讲道理	135

后记	139
----------	-----



第1章

集合

本章结构

- 1.1 集合与元素
- 1.2 集合的表示法
- 1.3 集合之间的关系
- 1.4 集合的运算

学以致用

数学是科学的语言。科学的语言要严谨简洁，还要全球通用。本章介绍数学中常使用的基本用语：集合。使用集合语言，可以简洁、准确地表述数学的内容，同时对于日常生活中的表达和交流很有好处。

1.1 集合与元素



观察

下列事情有什么共同点？

(1) 庆祝中华人民共和国成立 70 周年大会上的三军仪仗队方队由陆军、海军、空军的仪仗队员组成.

(2) 某中等职业学校一年级某班的所有学生组成一个班集体.

(3) 小玲和她的爷爷、奶奶、父亲、母亲组成一个家庭.

(4) 小刚昨天的晚餐由一碗米饭、一盘红烧鱼组成.

上述例子的共同点是，三军仪仗队方队、班集体、家庭、晚餐分别是由一些对象组成的整体，于是我们用集合这个词来统一地表达它们.



抽象

集合是指一些事物组成的整体，其中每一个事物称为这个集合的一个**元素**.

例如，小玲的家庭是一个集合；小玲的爷爷、奶奶、父亲、母亲以及小玲都是这个集合的元素.



说一说

(1) 你这个学期要学的所有课程组成一个集合，这个集合的元素有哪些？

(2) 你所在班级的班委会是不是一个集合？如果是，这个集合的元素有哪些？

(3) 你昨天晚上吃的饭和菜组成一个集合，即你昨天的晚餐，这个集合的元素有哪些？

集合通常用大写英文字母 $A, B, C, D, \dots$ 来表示；集合的元素通常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 来表示.

由所有自然数 $0, 1, 2, 3, \dots$ 组成的集合称为**自然数集**，记作 $\mathbf{N}$.

不为 0 的自然数也称为正整数. 所有正数组成的集合称为**正整数集**，记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$.

正整数、零和负整数统称为整数，所有数组成的集合称为**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$.

整数和分数统称为有理数，所有有理数组成的集合称为**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$.

无限不循环小数称为**无理数**. 例如，圆周率 π 是无理数； $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 都是无理数.

有理数和无理数统称为实数，所有实数组成的集合称为**实数集**，记作 $\mathbf{R}$.

组成集合的事物都是确定的. 例如，你所在班级的班委会，谁是班委会的成员，谁不是成员，都是明确的.

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a **属于** A ，记作 $a \in A$ ；

如果 b 不是集合 A 的元素，就说 b **不属于** A ，记作 $b \notin A$.



做一做

你能用符号 “ $\in$ ” 或 “ $\notin$ ” 正确填写下列空格吗？

(1) 数学_____你这学期要学的所有课程组成的集合；

(2) 你本人_____你所在班级的班委会；

(3) 8 _____ $\mathbf{N}^*$ ， -8 _____ $\mathbf{N}$ ， 0 _____ $\mathbf{N}$ ， -6 _____ $\mathbf{Z}$ ；

(4) $\frac{2}{3}$ _____ $\mathbf{Q}$ ， $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{Z}$ ， $\sqrt{7}$ _____ $\mathbf{Q}$ ， π _____ $\mathbf{R}$.

只含有限多个元素的集合称为**有限集**.

自然数有无穷多个，像自然数集这种含有无穷多个元素的集合称为**无限集**.

由小于 1 的正数组成的集合是什么样子呢？

因为最小的正整数是 1，所以由小于 1 的正数组成的集合不含任何元素.

我们把不含任何元素的集合称为**空集**，记作 $\emptyset$.

练习

A 组

1. 下面所说的事物哪些能组成集合？如果能组成集合，那么该集合的元素是什么？

- (1) 你所在班级的男同学；
- (2) 你所在班级的女同学；
- (3) 你所在班级个子高的男同学；
- (4) 小于 10 的自然数.

2. 下列各题表示的关系是否正确？

- (1) $6 \in \mathbf{N}^*$; (2) $-3 \notin \mathbf{Z}$; (3) $\frac{3}{4} \in \mathbf{Q}$;
- (4) $-\frac{5}{7} \notin \mathbf{Q}$; (5) $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; (6) $\sqrt{7} \in \mathbf{R}$.

3. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空：

- (1) 上海 _____ 中国所有直辖市组成的集合；
- (2) 语文 _____ 你这学期要学的所有课程组成的集合；
- (3) -7 _____ $\mathbf{Z}$;
- (4) -1 _____ $\mathbf{N}$;
- (5) 3.14 _____ $\mathbf{Q}$.

B 组

1. 下面所说的事物哪些能组成集合？如果能组成集合，那么该集合的元素是什么？

- (1) 你所在班级年龄满 16 周岁的同学；
- (2) 某城市中等收入家庭的居民；
- (3) 小于 20 并且是 3 的倍数的自然数；
- (4) 小于 20 并且被 3 除余数为 1 的自然数；
- (5) 小于 20 并且被 3 除余数为 2 的自然数.

2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空：

- (1) $2\ 021$ _____ $\mathbf{Q}$; (2) 1 _____ $\mathbf{R}$; (3) 0 _____ $\emptyset$.

3. 分别举出一个有限集、无限集、空集的例子.

1.2 集合的表示法

我市第一职业中学参加去年市职业高中乒乓球男子团体决赛的队员组成的集合可以表示成：

$\{\text{叶锦鹏, 龙复兴, 刘冠群}\}$.

对于有的集合，可以把它的元素一一列举出来，写在一个大括号内，这种表示集合的方法称为**列举法**.

由一些事物组成集合时，**每个事物不能重复出现**. 因此，用列举法表示一个集合时，每个元素只写一次.

集合是指一些事物组成的整体，因此**不计较这些事物的排列次序**.



做一做

用列举法表示下列集合：

- (1) 你家庭成员的名字组成的集合；
- (2) 你这学期要学的所有课程组成的集合；
- (3) 中国共产主义青年团团旗的颜色名称组成的集合；
- (4) 小于 10 的正整数组成的集合.



探索

如何表示大于 9 的所有实数组成的集合呢？

大于 9 的实数有无数个，无法一一列举出来，得另外想办法. 我们可以把这个集合表示成：

$$\{x | x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x > 9\},$$

其中大括号内竖线左边写这个集合的代表元素 x ，竖线右边写这个集合的元素具有的特征性质：实数且大于 9.



抽象

像上述那样，在大括号内写上集合的代表元素，接着画一条竖线，在竖线右边写这个集合的元素具有的特征性质，这种表示集合的方法称为**描述法**。

一个整数如果是 2 的倍数，就称它为**偶数**。所有偶数组成的集合称为**偶数集**。

例如， $0=2\times 0$ ， $2=2\times 1$ ， $-4=2\times (-2)$ ，因此，0，2，-4 都是偶数。由此受到启发，偶数集可以表示成：

$$\{n \mid n=2k, k \in \mathbf{Z}\},$$

偶数集还可以简洁地表示成：

$$\{2k \mid k \in \mathbf{Z}\},$$

其中竖线左边的 $2k$ 是偶数的一般形式，竖线右边指出 k 的取值范围。

一个整数如果被 2 除余数为 1，就称它为**奇数**。所有奇数组成的集合称为**奇数集**。

例如 3，5，-7 都是奇数。注意到

$$3=2\times 1+1, 5=2\times 2+1, -7=2\times (-4)+1,$$

由此受到启发，奇数集可以表示成：

$$\{n \mid n=2k+1, k \in \mathbf{Z}\},$$

还可以简洁地表示成：

$$\{2k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}.$$



温故而知新

你还认识一元一次方程和一元一次不等式吗？

在实际问题中我们把要求的量称为未知数。未知数通常用 $x, y, z, \dots$ 来表示。

含有未知数的等式叫作**方程**。像 $2x-5=7$ 这样，只含有一个未知数，并且未知数的指数为 1 的方程，称为**一元一次方程**。

像 $3x+2<8$ 这样，只含有一个未知数，并且未知数的指数为 1 的不等式，称为**一元一次不等式**。

如果未知数取的一个值，能够使方程左右两边的值相等(或不等式成立)，那么这个值叫作这个方程(或不等式)的一个解。一个方程(或不等式)的所有解组成的集合称为这个方程(或不等式)的**解集**。

例 1 求方程 $2x-5=7$ 的解集.

解 移项, 得

$$2x=7+5.$$

即

$$2x=12.$$

两边除以 2, 得

$$x=6.$$

因此, 原方程的解集是 $\{6\}$.



表示方程的解集时, 要加大括号.

一般地, $\{a\}$ 是一个集合, a 是这个集合的元素, $a \in \{a\}$.

例 2 求不等式 $3x+2<8$ 的解集.

解 移项, 得

$$3x<8-2.$$

即

$$3x<6.$$

两边除以 3, 得

$$x<2.$$

因此, 原不等式的解集是 $\{x | x \in \mathbf{R}, \text{ 且 } x < 2\}$.



如果从上下文能明显看出所讨论的集合的元素都是实数, 那么 $x \in \mathbf{R}$ 可以略去不写, 因此左边不等式的解集也可以写成 $\{x | x < 2\}$.

例 3 写出 25 的平方根^①组成的集合.

解 因为 $5^2=25$, $(-5)^2=25$,

所以 5 和 -5 均是 25 的平方根.

因此, 25 的平方根组成的集合是 $\{5, -5\}$.

① 如果有一个数 r , 使得 $r^2=a$, 那么称 r 是 a 的一个平方根. 例如, $3^2=9$, $(-3)^2=9$, 因此 3 和 -3 都是 9 的平方根. 一般地, 正数 a 的平方根有两个, 其中正的平方根叫作 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a}$, 读作“根号 a ”; 另一个平方根为 $-\sqrt{a}$. 0 的平方根是 0. 负数没有平方根.

例 4 在平面上建立直角坐标系 xOy , 点 P 的坐标为 $(-1, 3)$, 点 Q 的坐标为 $(3, -5)$, 点 M 的坐标为 $(1, 6)$.

- (1) 写出点 P 的坐标组成的集合;
- (2) 写出点 P 、点 Q 的坐标组成的集合;
- (3) 写出点 P 、点 Q 、点 M 的坐标组成的集合.

解 (1) 点 P 的坐标组成的集合是 $\{(-1, 3)\}$;
(2) 点 P 、点 Q 的坐标组成的集合是 $\{(-1, 3), (3, -5)\}$;
(3) 点 P 、点 Q 、点 M 的坐标组成的集合是
 $\{(-1, 3), (3, -5), (1, 6)\}$.

练习

A 组

1. 用列举法表示下述集合:

- (1) 我国古代四大发明组成的集合;
- (2) 公历一年中有 31 天的月份组成的集合;
- (3) 英文单词 “book” 中所有英文字母组成的集合;
- (4) 小于 10 的正偶数组成的集合;
- (5) 小于 10 的正奇数组成的集合;
- (6) 前 10 个自然数组成的集合;
- (7) 由大于 1 且小于 20 的整数组成的集合;
- (8) 由大于 -10 的负整数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) 小于 8 000 的所有自然数组成的集合;
- (2) 大于 0.618 的所有有理数组成的集合;
- (3) 小于 -1 的所有实数组成的集合;
- (4) 所有正偶数组成的集合;
- (5) 所有正奇数组成的集合.

3. 求下列一元一次方程的解集:

- (1) $x+1=0$; (2) $3x=15$;
(3) $2x-9=11$; (4) $5x+1=16$.

4. 求下列一元一次不等式的解集:

- (1) $x-3<5$; (2) $2x>18$;
(3) $5x+9>4$; (4) $2x-5<11$.

5. 设点 P 的坐标为 $(3, 7)$, 点 Q 的坐标为 $(-2, 6)$, 点 M 的坐标为 $(5, -8)$.

- (1) 写出点 M 的坐标组成的集合;
(2) 写出点 Q 、点 M 的坐标组成的集合;
(3) 写出点 P 、点 Q 、点 M 的坐标组成的集合.

B 组

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) 4 的平方根组成的集合;
(2) 2 的平方根组成的集合;
(3) 小于 20 的所有素数^①组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) 能被 4 整除的所有整数(即既是整数又是 4 的倍数)组成的集合;
(2) 被 4 除余数为 1 的所有整数组成的集合;
(3) 被 4 除余数为 2 的所有整数组成的集合;
(4) 被 4 除余数为 3 的所有整数组成的集合.

3. 求下列一元一次方程的解集:

- (1) $3x-2=-5$; (2) $-2x+5=6$.

4. 求下列一元一次不等式的解集:

- (1) $3x+4>5$; (2) $-2x+1<7$.

^① 一个大于 1 的整数 m , 如果它的正因数只有 1 和 m 自身, 那么称 m 为素数或质数; 否则, 称 m 为合数. 例如, 2, 3, 5 都是素数; 4, 6, 8 都是合数.

5. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

(1) $2\ 021$ _____ $\{2k+1 \mid k \in \mathbf{N}^*\}$;

(2) -168 _____ $\{2k \mid k \in \mathbf{N}^*\}$;

(3) -108 _____ $\{2k \mid k \in \mathbf{Z}\}$;

(4) 0.8 _____ $\{x \mid x \in \mathbf{Q} \text{ 且 } x < 1\}$;

(5) $-\sqrt{2}$ _____ $\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x^2 = 2\}$;

(6) 3 _____ $\{3\}$;

(7) 3.14 _____ $\{\pi\}$.

1.3 集合之间的关系



观察

下述两个集合之间有什么关系？

- (1) 参加北京奥运会的中国体育代表团；
- (2) 参加北京奥运会的中国体操队。

参加北京奥运会的中国体操队的每个成员都是中国体育代表团的成员。



抽象

对于两个集合 A, B ，如果 A 的任意一个元素都是 B 的元素，那么称 A 是 B 的**子集**，记作

$$A \subseteq B (\text{或 } B \supseteq A),$$

读作“ A 包含于 B ”（或“ B 包含 A ”）。

例如，集合 $A = \{1, 2\}$ ，集合 $B = \{1, 2, 3\}$ ，显然， A 是 B 的子集，即 $A \subseteq B$ 。

在上述例子中，集合 B 有一个元素 $3 \notin A$ ，这时把 A 叫作 B 的真子集。

如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A ，那么称 A 是 B 的**真子集**，记作

$$A \subsetneq B (\text{或 } B \supsetneq A),$$

读作“ A 真包含于 B ”（或“ B 真包含 A ”）。



说一说

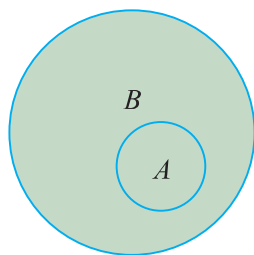
- (1) 已知 $A = \{\text{星期一}, \text{星期二}, \text{星期三}, \text{星期四}, \text{星期五}\}$ ，
 $B = \{\text{星期一}, \text{星期二}, \text{星期三}, \text{星期四}, \text{星期五}, \text{星期六}, \text{星期日}\}$ 。
 集合 A 是不是集合 B 的子集？ A 是不是 B 的真子集？
- (2) 你所在的小组是不是你所在班级的真子集？

为了形象地表示集合之间的关系,常用一条封闭曲线(例如,圆)的内部表示一个集合.集合 A 是集合 B 的真子集,可以用图 1-1 来表示.

任意一个集合 A 是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

对于集合 A, B, C ,

若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.



$A \subset B$

图 1-1

我们规定: **空集是任何集合的子集.**

例 1 写出集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的所有子集.

解 空集 $\emptyset$ 是 A 的子集;

由一个元素组成的子集有: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$;

由两个元素组成的子集有: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$;

由三个元素组成的子集有: $\{1, 2, 3\}$, 即 A 本身.

因此, A 的子集有上述 8 个.



抽象

如果集合 A 与集合 B 的元素完全一样,那么称 A 与 B **相等**,记作 $A = B$.

集合 A 与集合 B 的元素“完全一样”的意思是:集合 A 的任意一个元素都是集合 B 的元素,并且集合 B 的任意一个元素都是集合 A 的元素.

因此,可以说:

对于两个集合 A, B ,如果 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 那么称 A 与 B 相等,记作 $A = B$.

例 2 选用适当的符号($\subsetneq, \supsetneq, =, \in, \notin$)填空:

(1) $\{1, 3, 5\}$ _____ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$;

(2) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{4, 0, 8\}$;

- (3) 8 _____ $\{0, 4, 8\}$;
 (4) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2k | k \in \mathbf{N}, \text{ 且 } k < 5\}$;
 (5) $\{x | x^2 = 4\}$ _____ $\{2, -2\}$.

解 (1) 因为集合 $\{1, 3, 5\}$ 的元素都是集合 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的元素, 且 $7 \notin \{1, 3, 5\}$, 所以 $\{1, 3, 5\} \subsetneq \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

(2) 因为集合 $\{4, 0, 8\}$ 的元素都是集合 $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ 的元素, 且 $2 \notin \{4, 0, 8\}$, 所以 $\{4, 0, 8\} \subsetneq \{0, 2, 4, 6, 8\}$, 即 $\{0, 2, 4, 6, 8\} \supsetneq \{4, 0, 8\}$.

(3) 8 是 $\{0, 4, 8\}$ 的一个元素, 所以 $8 \in \{0, 4, 8\}$.

(4) 因为集合 $\{2k | k \in \mathbf{N}, \text{ 且 } k < 5\}$ 的元素为小于 10 的非负偶数, 所以 $\{0, 2, 4, 6, 8\} = \{2k | k \in \mathbf{N}, \text{ 且 } k < 5\}$.

(5) 因为 $2^2 = 4$, $(-2)^2 = 4$, 所以方程 $x^2 = 4$ 的解集为 $\{2, -2\}$, 即 $\{x | x^2 = 4\} = \{2, -2\}$.



符号 “ $\subsetneq$ ” “ $\supsetneq$ ” “ $\subseteq$ ” “ $\supseteq$ ” “ $=$ ” 用于讨论集合之间的关系; 而符号 “ $\in$ ” “ $\notin$ ” 用于讨论元素与集合之间的关系.

练习

A 组

- 小玲喜欢的体育运动是 $\{\text{打乒乓球, 跳绳, 跑步}\}$;
 小明喜欢的体育运动是 $\{\text{打篮球, 打排球, 打乒乓球, 跑步, 跳绳}\}$.
 小玲喜欢的体育运动是不是小明喜欢的体育运动的真子集?
- 写出集合 $A = \{0, 1\}$ 的所有子集.
- 下列各小题表示的关系是否正确?
 - $\{11, 13, 17\} \subsetneq \{19, 17, 13, 11\}$;
 - $\{2, 3, 4\} \subseteq \{2, 3, 5\}$;
 - $\{2, 3, 5\} \subseteq \{2, 3, 4\}$;
 - $\emptyset \subsetneq \{0\}$;
 - $1 \subsetneq \{1, 2, 3\}$.

4. 选用适当的符号($\supseteq$, $\supsetneq$, $=$, $\in$, $\notin$)填空:

(1) $\{1\}$ _____ $\emptyset$;

(2) 1 _____ $\emptyset$;

(3) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ _____ $\{2k+1 | k \in \mathbf{N}, \text{ 且 } k < 5\}$.

B 组

1. 小刚喜欢的文艺活动是{下象棋, 吹笛子, 弹钢琴};

小英喜欢的文艺活动是{弹钢琴, 拉小提琴, 跳舞}.

小刚喜欢的文艺活动是不是小英喜欢的文艺活动的子集? 小英喜欢的文艺活动是不是小刚喜欢的文艺活动的子集?

2. 选用适当的符号($\supseteq$, $\supsetneq$, $=$, $\in$, $\notin$)填空:

(1) $\{x | x^2 = 9\}$ _____ $\{3, -3\}$;

(2) $\{x | x^2 = 4\}$ _____ $\emptyset$;

(3) $\{x | x^2 = -4, \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$ _____ $\emptyset$;

(4) $-\sqrt{6}$ _____ $\{x | x^2 = 6\}$;

(5) $\mathbf{N}^*$ _____ $\mathbf{N}$ _____ $\mathbf{Z}$ _____ $\mathbf{Q}$ _____ $\mathbf{R}$.

1.4 集合的运算

1.4.1 交集

给出两个集合 A 与 B ，由既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合，称为 A 与 B 的**交集**，记作

$$A \cap B,$$

读作“ A 交 B ”.

集合 A 与 B 的交集 $A \cap B$ 可以用描述法表示成：

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

做一做

(1) 在 1.3 节的练习 A 组第 1 题中，小玲喜欢的体育运动与小明喜欢的体育运动的交集是什么？

(2) 写出你星期一所学课程组成的集合，星期二所学课程组成的集合，这两个集合的交集是什么？

(3) $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{0, 4, 8\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(4) $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

图 1-2 中，阴影部分表示集合 A 与集合 B 的交集. 由交集的概念容易得出：对于任何集合 A 与 B ，有

$$A \cap B = B \cap A, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

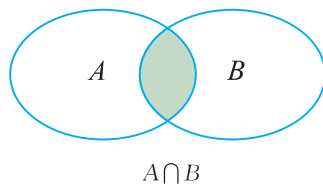


图 1-2

例 1 设 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{x | x > -1, \text{ 且 } x < 1\}$
 $= \{x | -1 < x < 1\}.$

练习

A 组

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) $\{4, 8, 12, 16\} \cap \{0, 8, 16\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\{0, 5, 10, 15, 20\} \cap \{0, 10, 20\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\{10, 12, 14, 16, 18\} \cap \{11, 13, 15, 17, 19\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $\mathbf{N} \cap \mathbf{Z} = \underline{\hspace{2cm}};$

(5) $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q} = \underline{\hspace{2cm}};$

(6) $\mathbf{Q} \cap \mathbf{R} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 在下列各小题中, 求 $A \cap B$:

(1) $A = \{x | x > -2\}, B = \{x | x \leq 3\};$

(2) $A = \{x | x \geq 1\}, B = \{x | x \leq 10\}.$

B 组

在下列各小题中, 求 $A \cap B$ ((2)、(3) 小题用列举法表示):

(1) $A = \left\{x \mid x < \frac{4}{5}\right\}, B = \{x | x \geq -3\};$

(2) $A = \{x | x^2 = 9\}, B = \{x | x \geq 0\};$

(3) $A = \{x | x^2 = 9\}, B = \{x | x < 0\};$

(4) $A = \{2k | k \in \mathbf{Z}\}, B = \{2k+1 | k \in \mathbf{Z}\}.$

1.4.2 并集

给出两个集合 A 与 B , 由属于 A 或者属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的**并集**, 记作

$$A \cup B,$$

读作“ A 并 B ”.

集合 A 与集合 B 的并集 $A \cup B$ 可以用描述法表示成:

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

这里 $x \in A$, 或 $x \in B$ 有三种可能的情况:

- (1) $x \in A$, 但是 $x \notin B$;
- (2) $x \in B$, 但是 $x \notin A$;
- (3) $x \in A$, 且 $x \in B$.

如果用列举法表示 $A \cup B$, 那么既属于 A 又属于 B 的元素只写一次.



生活中, “小张分在一班, 或者二班” 只有两种可能的情况:

(1) 小张分在一班;

(2) 小张分在二班.

不可能“小张既分在一班, 又分在二班”.

做一做

(1) 在 1.3 节的练习 A 组第 1 题中, 小玲喜欢的体育运动与小明喜欢的体育运动的并集是什么?

(2) 在 1.3 节的练习 B 组第 1 题中, 小刚喜欢的文艺活动与小英喜欢的文艺活动的并集是什么?

(3) 设 $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{0, 4, 8\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

(4) 设 $A = \{0, 3, 6, 9\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

(5) 设 $A = \{10, 12, 14, 16\}$, $B = \{11, 13, 15, 17\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

集合 A 与集合 B 的并集 $A \cup B$, 根据 A, B 的不同关系(参见“做一做”的(3)、(4)、(5)小题), 可以分别用图 1-3 中(1)、(2)、(3)的阴影部分表示:

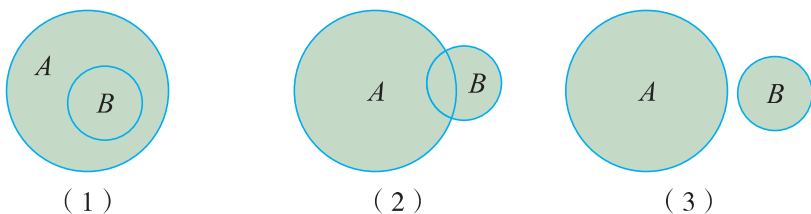


图 1-3

由并集的概念容易得出: 对于任何集合 A 与 B , 有

$$A \cup B = B \cup A, A \cup A = A, A \cup \emptyset = A.$$

例 2 在下列各小题中, 求 $A \cup B$ ((2) 小题用列举法表示):

(1) $A = \{x | x \leq -1\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$;

(2) $A = \{x | x^2 = 36\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{N}, \text{ 且 } x \leq 8\}$.

解 (1) $A \cup B = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$.

(2) 由于 $A = \{6, -6\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
因此 $A \cup B = \{-6, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

练习

A 组

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) $\{4, 8, 12, 16\} \cup \{0, 8, 16\} =$ _____;

(2) $\{0, 5, 10, 15, 20\} \cup \{0, 10, 20\} =$ _____;

(3) $\{0, 2, 4, 6, 8\} \cup \{1, 3, 5, 7, 9\} =$ _____;

(4) $\mathbf{N} \cup \mathbf{Z} =$ _____; (5) $\mathbf{Z} \cup \mathbf{Q} =$ _____;

(6) $\mathbf{Q} \cup \mathbf{R} =$ _____.

2. 在下列各小题中, 求 $A \cup B$:

(1) $A = \{x | x \leq -5\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$;

(2) $A = \{x | x \leq 2\}$, $B = \{x | x > 7\}$.

B 组

1. 在空格上填写适当集合:

(1) $A = \{2k | k \in \mathbf{Z}\} \cup \{2k+1 | k \in \mathbf{Z}\} =$ _____;

(2) $A = \{2k | k \in \mathbf{N}\} \cup \{2k+1 | k \in \mathbf{N}\} =$ _____;

(3) $A = \{2k | k \in \mathbf{N}^*\} \cup \{2k+1 | k \in \mathbf{N}\} =$ _____.

2. 在下列各小题中, 求 $A \cup B$ ((2) 小题用列举法表示):

(1) $A = \left\{x \mid x < \frac{2}{3}\right\}$, $B = \left\{x \mid x \geq -\frac{1}{2}\right\}$;

(2) $A = \{x | x^2 = 25\}$, $B = \{x | x \in \mathbf{N}, \text{ 且 } x < 10\}$.

1.4.3 补集

参加北京奥运会的中国体育代表团有射击队、体操队、跳水队、乒乓球队、羽毛球队等等. 用集合的语言来说, 每一个队都是中国体育代表团这个集合的子集. 这时我们很自然地把中国体育代表团称为全集.

一般地, 如果在讨论的问题中, 每一个集合都是某一个集合 S 的子集, 那么称 S 为全集. 通常用 U 表示全集.

例如, 到目前为止同学们认识的数都是实数, 于是由一些数组成的集合(称为数集)是实数集 $\mathbf{R}$ 的子集. 因此, 在讨论有关数集的问题时, 常常把 $\mathbf{R}$ 作为全集.

设 U 是全集, A 是 U 的一个子集, 由 U 中不属于 A 的所有元素组成的集合, 称为 A 在 U 中的补集, 记作

$$\complement_U A,$$

读作“ A 在 U 中的补”.

如果从上下文可以明显看出全集 U 指的是哪个集合, 那么可以把 U 省略不写, 记作 $\complement A$, 读作“ A 的补”.



做一做

在空格上填写适当的集合:

(1) 设全集 U 是小明所在班的所有同学组成的集合, A 是这个班级的所有男同学组成的集合, 则 $\complement A =$ _____;

(2) 设全集 U 是你这学期要学的所有课程组成的集合, A 是星期一要学的课程组成的集合, 则 $\complement A =$ _____;

(3) 设全集 U 是你所在的小组, A 是这个小组里年龄满 16 周岁的同学组成的集合, 则 $\complement A =$ _____;

(4) 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, 则 $\complement A =$ _____;

(5) 设 $\mathbf{Z}$ 是全集, $A = \{2k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $\complement A =$ _____.

全集 U 通常用一个矩形的内部表示, 则子集 A 的补集 $\complement_U A$ 可以用图 1-4 的阴影部分(包括圆周)表示.

设 U 是全集, 子集 A 的补集 $\complement_U A$ 可以用描述法表示成:

$$\complement_U A = \{x \mid x \in U, \text{且 } x \notin A\}.$$

从补集的概念容易得出, 对于 U 的任意子集 A , 有

$$A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U, \complement_U(\complement_U A) = A,$$

其中 $\complement_U(\complement_U A)$ 表示 $\complement_U A$ 的补集.

例 3 设全集 $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U(\complement_U A)$, $A \cap \complement_U A$, $A \cup \complement_U A$.

解 $\complement_U A = \{4, 6, 8, 9\};$
 $\complement_U(\complement_U A) = \{2, 3, 5, 7\};$
 $A \cap \complement_U A = \emptyset;$
 $A \cup \complement_U A = U.$

例 4 设 $\mathbf{R}$ 是全集, $A = \{x \mid x \leq -2\}$, $B = \{x \mid x \geq 2\}$, 求 $\complement_{\mathbf{R}} A$, $\complement_{\mathbf{R}} B$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap \complement_{\mathbf{R}} B$.

解 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid x > -2\};$
 $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x \mid x < 2\};$
 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \{x \mid -2 < x < 2\}.$

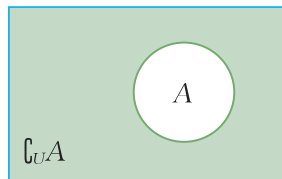


图 1-4

练习

A 组

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) 设全集 U 是高一(1)班教室里所有课桌和椅子组成的集合, A 是这个教室里所有椅子组成的集合, 则 $\complement U A =$ _____;

(2) 设全集 $U = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $A = \{0, 4, 8, 12\}$, 则 $\complement U A =$ _____;

(3) 设 $\mathbf{Z}$ 是全集, $B = \{2k+1 | k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $\complement \mathbf{Z} B =$ _____;

(4) 设全集 $U = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, $A = \{11, 13, 17, 19\}$, 则 $\complement U A =$ _____, $\complement(\complement U A) =$ _____,

$A \cap \complement U A =$ _____, $A \cup \complement U A =$ _____;

(5) 设 $\mathbf{R}$ 是全集, A 是所有有理数组成的集合, B 是所有无理数组成的集合, 则 $\complement \mathbf{R} A =$ _____, $\complement(\complement \mathbf{R} A) =$ _____,

$A \cap \complement \mathbf{R} A =$ _____, $A \cup \complement \mathbf{R} A =$ _____.

2. 设 $\mathbf{R}$ 是全集, $A = \{x | x \leq -5\}$, $B = \{x | x \geq 5\}$, 求 $\complement \mathbf{R} A$, $\complement \mathbf{R} B$, $(\complement \mathbf{R} A) \cap \complement \mathbf{R} B$.

B 组

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) 设全集 $U = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $A = \{0, 6, 12, 18\}$, 则 $\complement U A =$ _____;

(2) 设 $\mathbf{N}$ 是全集, 则 $\complement \mathbf{N} \mathbf{N}^* =$ _____;

(3) 设 $\mathbf{N}$ 是全集, $A = \{n | n \in \mathbf{N}, \text{ 且 } n \geq 10\}$, 则 $\complement \mathbf{N} A =$ _____;

(4) 设全集 $U = \{n | n \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } n < 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则

$\complement U A =$ _____, $\complement U B =$ _____,

$A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____,

$\complement U (A \cap B) =$ _____, $\complement U (A \cup B) =$ _____,

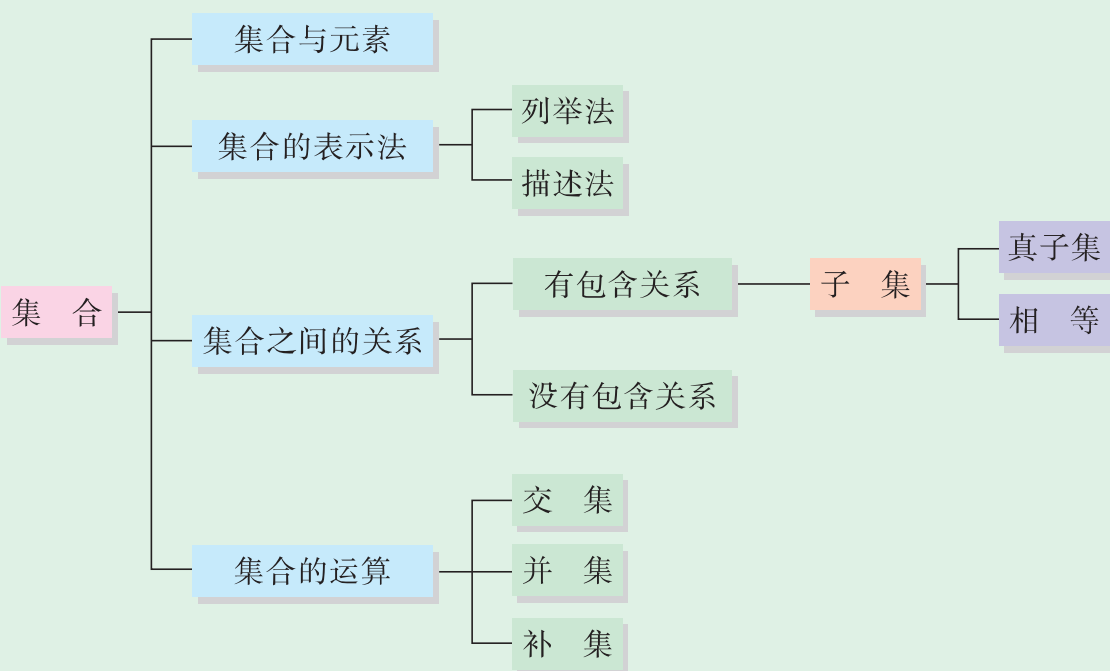
$(\complement U A) \cup \complement U B =$ _____, $(\complement U A) \cap \complement U B =$ _____.

2. 设 U 是全集, 试问: $\complement U U$, $\complement U \emptyset$ 分别等于什么?



本章小结

一、本章知识结构



二、本章知识要点

● 当我们要从整体上看一些事物时，就可以用“集合”这个词来统一地表达它们，例如，小明昨天的晚餐就是一个集合，它由小明昨天晚餐吃的饭菜等组成。

一个集合中的元素是确定的、无重复的(即互异的)，并且不计较排列次序(即无序的)。

元素与集合的关系是属于关系，例如， $1 \in \mathbf{N}$ ， $-1 \notin \mathbf{N}$ 。

● 表示集合的描述法是在大括号内，写上这个集合的代表元素，接着画一条竖线，然后在竖线右边写上这个集合的元素具有的特征性质。

● 有的集合之间有包含关系。例如， $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z}$ ，称 $\mathbf{N}$ 是 $\mathbf{Z}$ 的真子集。若 $A \subseteq B$ ，且 $B \subseteq A$ ，则称 A 与 B 相等，记作 $A = B$ 。规定：空集是任何集合的子集。有的集合之间没有包含关系。例如，设 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{1, 3\}$ ，则 A 不包含 B ， B 也不包含 A 。

● 为了找两个集合 A 与 B 的公共元素，就求它们的交集 $A \cap B$ ；为了从整体上考虑 A 与 B 的所有元素，就求它们的并集 $A \cup B$ 。

在讨论问题时，常取一个大的集合作为全集 U ，为了从整体上考虑不属于子集 A 的所有元素，就求 A 在 U 中的补集 $\complement_U A$ 。

● 使用集合语言(用列举法或描述法表示集合、子集、交集、并集、补集)可以简洁、准确地表达数学的内容。

复习题一

A 组

1. 选择适当的方法表示下列集合:

- (1) 中华人民共和国国旗图案的所有颜色组成的集合;
- (2) 地球上的七大洲组成的集合;
- (3) 能被 5 整除的整数组成的集合;
- (4) 小于 1 000 的正偶数组成的集合.

2. 选用适当的符号($\in$, $\notin$, $\subseteq$, $\supseteq$, $=$, $\cup$, $\cap$)填空:

- (1) 9 _____ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$;
- (2) $\{9\}$ _____ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$;
- (3) 9 _____ $\{9\}$;
- (4) 9 _____ $\emptyset$;
- (5) -6 _____ $\{x | x^2 = 36\}$;
- (6) $\{-6\}$ _____ $\{x | x^2 = 36\}$;
- (7) $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ _____ $\{2, 6\}$;
- (8) $\{1, 4, 7, 10, 13\}$ _____ $\{1, 5, 9, 13\} = \{1, 13\}$;
- (9) $\{1, 4, 7, 10, 13\}$ _____ $\{1, 5, 9, 13\} = \{1, 4, 5, 7, 9, 10, 13\}$.

3. 某职业中学开运动会, 设 $A = \{x | x \text{ 是参加 } 100 \text{ m 跑的同学}\}$, $B = \{x | x \text{ 是参加 } 200 \text{ m 跑的同学}\}$, $C = \{x | x \text{ 是参加 } 400 \text{ m 跑的同学}\}$, 比赛规定, 任何同学最多只能参加上述三项比赛中的两项, 请你用集合的运算说明这项规定, 并解释以下集合运算的含义:

- (1) $A \cup B$;
- (2) $A \cap C$.

4. 用适当的集合填空:

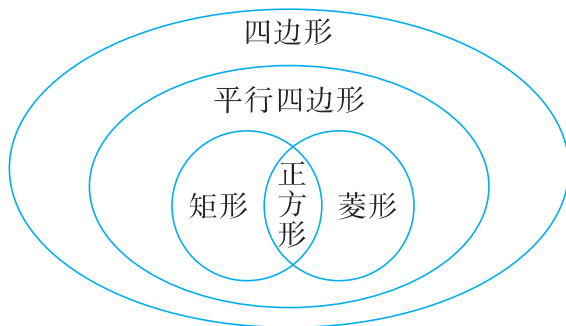
- (1) $\{3, 11, 15, 19\} \cap \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\} =$ _____;
- (2) $\{3, 11, 15, 19\} \cup \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\} =$ _____;
- (3) 设全集 $U = \{n | n \in \mathbf{N}, \text{ 且 } n < 10\}$, $A = \{1, 5, 9\}$, 则
 $\complement U A =$ _____, $\complement (\complement U A) =$ _____,

$$A \cap \complement A = \underline{\hspace{2cm}}, \quad A \cup \complement A = \underline{\hspace{2cm}};$$

(4) 设 $\mathbf{R}$ 是全集, $A = \{x | x < 8\}$, $B = \{x | x \geq 18\}$, 则 $\complement A \cap \complement B = \underline{\hspace{2cm}}$.

B 组

1. 如图所示是初中所学的不同类型四边形的知识结构图, 你能用集合的语言来描述图中的关系吗?



(第1题)

2. 李明所在的班级举办歌咏比赛和书法比赛, 参加歌咏比赛的有 20 人, 参加书法比赛的有 18 人, 两种比赛都参加的有 10 人. 问参加比赛的同学有多少人?



集合与全局在胸、言简意赅

全局在胸、言简意赅都是中华优秀传统文化的体现. 中国人民对于纵观全局、胸怀全局、言简意赅这些词语耳熟能详.

集合的特征之一是全局在胸, 集合的特征之二是言简意赅.

历史的长河从古老的过去到遥远的将来, 所有日子组成一个集合 A . 如何表示这个集合? 2021 年 3 月份的月历如下:

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

我们可以把 2021 年 3 月 1 日用整数 1 表示, 3 月 2 日用整数 2 表示, 3 月 3 日用整数 3 表示, ……; 把 2021 年 2 月 28 日用整数 0 表示, 2 月 27 日用整数 -1 表示, 2 月 26 日用整数 -2 表示, …… . 这样历史长河的所有日子组成的集合 A 就可以用整数集 $\mathbf{Z}$ 表示.

在历史的长河中, 星期一是由无穷多天组成的一个集合, 星期二、星期三、星期四、星期五、星期六、星期日也分别是由无穷多天组成的一个集合. 观察 2021 年 3 月份的月历发现, 星期日是由所有 7 的倍数组成的集合, 星期一是由所有被 7 除余数为 1 的整数组成的集合, …… , 星期六是由所有被 7 除余数为 6 的整数组成的集合, 于是星期日是整数集 $\mathbf{Z}$ 的如下子集:

$$\{7k \mid k \in \mathbf{Z}\}.$$

星期一是整数集 $\mathbf{Z}$ 的如下子集:

$$\{7k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}.$$

.....

星期六是整数集 $\mathbf{Z}$ 的如下子集：

$$\{7k+6 \mid k \in \mathbf{Z}\}.$$

因此星期日，星期一，……，星期六都是整数集 $\mathbf{Z}$ 的子集.

试问：今天是星期三，过了 6 天是星期几？

$$3+6=9, 9 \in \{7k+2 \mid k \in \mathbf{Z}\},$$

因此过了 6 天是星期二.

试问：今天是星期三，过了 365 天是星期几？

$$3+365=368, 368=7 \times 52+4 \in \{7k+4 \mid k \in \mathbf{Z}\},$$

因此过了 365 天是星期四.

从上面的例子可以看到，历史长河的所有日子可以用整数集 $\mathbf{Z}$ 表示，这是全局在胸. 按照我们在上面给出的法则：把 2021 年 3 月 1 日用整数 1 表示，……，则星期日就是整数集 $\mathbf{Z}$ 的一个子集 $\{7k \mid k \in \mathbf{Z}\}$ ，星期一就是 $\mathbf{Z}$ 的一个子集 $\{7k+1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$ ，……，星期六就是 $\mathbf{Z}$ 的一个子集 $\{7k+6 \mid k \in \mathbf{Z}\}$. 这是言简意赅.

正是由于集合具有全局在胸、言简意赅的两个特征，集合才成为数学的最基本的概念.