高等数学——应用案例实践教程

同步训练

出 版 人：郑豪杰
责任编辑：王玉栋
封面设计：刘文东

定价：28.00元
ISBN 978-7-5191-3544-7

高等数学——应用案例实践教程同步训练
主编 唐晓玲 宿 昱
教育科学出版社

主编 唐晓玲 宿 昱

高等数学——应用案例实践教程
同步训练

教育科学出版社
ESPH
Educational Science Publishing House

出 版 人　郑豪杰
责任编辑　王玉栋
版式设计　杨玲玲
责任校对　张晓雯
责任印制　叶小峰

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：应用案例实践教程同步训练 / 唐晓玲，宿昱主编. — 北京：教育科学出版社，2023.8
ISBN 978-7-5191-3544-7

Ⅰ.①高…　Ⅱ.①唐… ②宿…　Ⅲ.①高等数学—高等职业教育—教学参考资料　Ⅳ.①O13

中国国家版本馆 CIP 数据核字（2023）第 145447 号

高等数学——应用案例实践教程同步训练
GAODENG SHUXUE——YINGYONG ANLI SHIJIAN JIAOCHENG TONGBU XUNLIAN

出版发行	教育科学出版社		
社　　址	北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号	**邮　　编**	100101
总编室电话	010-64981290	**编辑部电话**	010-64981329
出版部电话	010-64989487	**市场部电话**	010-64989009
传　　真	010-64891796	**网　　址**	http://www.esph.com.cn

经　　销	各地新华书店		
印　　刷	三河市龙大印装有限公司		
制　　作	华腾教育排版中心		
开　　本	787 毫米×1 092 毫米 1/16	**版　　次**	2023 年 8 月第 1 版
印　　张	8	**印　　次**	2023 年 8 月第 1 次印刷
字　　数	165 千	**定　　价**	28.00 元

前言 PREFACE

本书依据现阶段我国教育改革的需要，在充分总结高等职业院校一线教师教学经验的基础上编写而成.

本书根据《高等数学——应用案例实践教程》的章节设置进行编写，共分为八章，内容包括函数、极限和连续，导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分，常微分方程，多元函数微积分，线性代数. 本书既可作为高等职业院校各专业高等数学课程的练习用书，也可作为相关人员的学习资料.

本书在编写过程中，充分考虑了高等职业教育的特点，每节配有练习题，每章配有检测题. 练习题和检测题难度合理，可以很好地帮助学生巩固所学知识，查漏补缺，培养学生运用数学思维方式解决实际问题的能力.

本书由北京交通运输职业学院唐晓玲、宿昱任主编，由北京交通运输职业学院文秋利任副主编，北京交通运输职业学院邵伟如、李桂亭、宋爱荣、杨玲、王志英参与编写. 在编写本书的过程中，编者参考了一些教材及资料，在此向相关作者表示诚挚的谢意！

由于编者水平有限，书中难免存在疏漏和不足之处，敬请广大读者批评指正.

编　者

目录 CONTENTS

第一章

函数、极限和连续

第一节　函　　数

一、填空题

1. 全体函数值的集合$\{y|y=f(x),x\in D\}$,称为函数$y=f(x)$的________.

2. 在自变量的不同变化范围内,对应法则用不同解析式表示的函数叫作________.

3. 对于函数$y=f(x)$,如果存在正数T,使____________恒成立,则称函数$y=f(x)$为周期函数.

4. 设函数$f(x)$在区间(a,b)内有定义,如果存在一个正数M,对于所有的$x\in(a,b)$,恒有$|f(x)|\leqslant M$,则称函数$f(x)$在(a,b)内________.

二、选择题

1. 函数$f(x)=\ln(x-3)$的定义域是(　　).

A. $[3,+\infty)$　　B. $(3,+\infty)$

C. $(-\infty,3)$　　D. $(-\infty,3]$

2. 设$f(x)=\dfrac{x}{1-x}$,则$f(x+1)=$(　　).

A. $f(x+1)=\dfrac{x-1}{-x}$　　B. $f(x+1)=\dfrac{x+1}{-x}$

C. $f(x+1)=\dfrac{x-1}{x}$　　D. $f(x+1)=\dfrac{x+1}{x}$

3. 下列函数为偶函数的是(　　).

A. $y=\cos x$　　B. $y=\ln x$

C. $y=\sin x$　　D. $y=x+x^2$

4. 下列函数在定义域内不是单调函数的是(　　).

A. $y=2x-1$　　B. $y=x^2$

C. $y=\log_2 x$　　D. $y=2^x$

5. 下列函数中不是周期函数的是(　　).

A. $y=\sin(3x+1)$　　B. $y=\cos 2x$

C. $y=\tan x$　　D. $y=x$

6. 下列函数在定义区间上是无界函数的是(　　).

A. $y=\arcsin x, x\in[-1,1]$　　B. $y=\cos x, x\in\mathbf{R}$

C. $y=\dfrac{1}{x}, x\in(0,1)$　　D. $y=x^3, x\in[-1,2)$

三、解答题

1. 判断下列各组函数是否相同,并说明理由.

(1) $y=\sin x, y=\sqrt{1-\cos^2 x}$;　　(2) $y=\ln x^3, y=3\ln x$.

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<0, \\ e^x, & x\geqslant 0. \end{cases}$

(1)求函数的定义域;

(2)求 $f(0), f(-2)$;

(3)作出函数的图像.

3. 求函数 $f(x)=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ 的反函数.

4. 把下列各题中的 y 表示为 x 的函数,并且指明函数的定义域.

(1) $y=2^u, u=3x$;　　(2) $y=\ln u, u=-x$.

5. 指出下列复合函数是由哪些简单函数复合而成的.

(1) $y=(2x-5)^4$;　　(2) $y=\sqrt{\ln(\sin x+2^x)}$;

(3) $y=2^{\cot\frac{1}{x}}$;　　(4) $y=\tan^3 2x$.

四、应用拓展题

设列车从甲站出发，以 0.5 km/min^2 匀加速前进，2 min 后，开始匀速行驶，再经过 7 min，以 0.5 km/min^2 匀减速到达乙站停车. 试将列车在这段时间内行驶的路程 s(km)表示为时间 t(min)的函数.

第二节　极限的概念

一、填空题

1. 若数列$\{a_n\}$存在极限，则称数列$\{a_n\}$为________数列；若数列$\{a_n\}$没有极限，则称数列$\{a_n\}$为________数列.

2. 当$|x|$无限增大，即$x\to\infty$时，函数$f(x)$无限地趋近于__________，那么就称$f(x)$当$x\to\infty$时存在极限A.

3. 当x无限趋近于x_0时，函数$f(x)$无限趋近于一个确定的常数A，那么就称当________时$f(x)$存在极限A；数A就称为当$x\to x_0$时函数$f(x)$的________.

4. 一般地，设C为常数，则$\lim\limits_{x\to x_0}C=$________.

5. $\lim\limits_{x\to x_0}x=$________.

6. 当x从点x_0的左侧($x<x_0$)无限趋近于x_0时，函数$f(x)$无限趋近于一个确定的常数A，那么数A就叫作函数$f(x)$在点x_0处的____________. 当x从点x_0的右侧($x>x_0$)无限趋近于x_0时，函数$f(x)$无限趋近于一个确定的常数A，那么数A就叫作函数$f(x)$在点x_0处的____________.

7. 函数$f(x)$在点x_0处极限存在的充要条件是$f(x)$在点x_0处的左极限和右极限________.

二、选择题

1. 数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{n+1}{n}$,则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=$(　　).

A. 0　　　　B. 1

C. 2　　　　D. 3

2. $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+2x+1)=$(　　).

A. -1　　　　B. 1

C. 2　　　　D. 4

3. 已知函数$f(x)=\begin{cases}-x+1, & x\leqslant 0,\\ x^2, & x>0,\end{cases}$则$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=$(　　).

A. 1　　　　B. 0

C. -1　　　　D. 不存在

三、解答题

1. 写出下列数列的前五项,观察变化趋势,确定其是否存在极限.

(1)$a_n=(-1)^n\dfrac{1}{n}$;　　　　(2)$a_n=\cos n\pi$.

2. 分析下列函数的变化趋势,写出函数的极限.

(1)$\lim\limits_{x\to 2}(2x+1)$;　　　　(2)$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+1}{x}$;

(3)$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{4}\right)^x$;　　　　(4)$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x$.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<0, \\ 0, & x=0, \\ x+1, & x>0, \end{cases}$ 讨论当 $x \to 0$ 时，函数的极限是否存在.

4. 已知函数 $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$，讨论当 $x \to 0$ 时，函数的极限是否存在.

四、应用拓展题

某市 2022 年年末的调查资料显示，到 2022 年年末，该市已积攒废弃物 100 万吨. 经预测，该市从 2023 年起还将以 5 万吨的速度产生新的废弃物. 如果从 2023 年起该市每年处理上一年堆积废弃物的 20%，按照这样的方式依次循环，该市的废弃物是否能被全部处理完?

第三节 极限运算法则

一、填空题

如果$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B$，则有

1. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=$________；

2. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]=$________；

3. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=$________；

4. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=$________；

5. $\lim\limits_{x\to x_0}Cf(x)=$________；

6. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^n=$________.

二、选择题

1. 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=A$，则下列关系式中(　　)非恒成立.

A. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=2A$　　B. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]=0$

C. $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)]=A^2$　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$.

2. 若$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\infty$，$\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=\infty$，则下列关系式中(　　)成立.

A. $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)+g(x)]=\infty$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-g(x)]=0$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{f(x)}=0$　　D. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$

三、计算题

求下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to -1}(3x^2+2x-7)$；　　(2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1+\sin 2x}{1-\cos 4x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+5}{x-3}$；　　(4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}$；

(5) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$；　　(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+x}{3x^4-x+1}$；

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+x^2-x}{x^4-2x-1}$；　　(8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+3}{2x^2+1}$.

四、应用拓展题

自从人类发明了语言，人类便在实现相互交流的同时，与谣言结下了不解之缘. 在传播学中有一个规律：在一定情况下，谣言的传播符合函数关系 $P(x)=\dfrac{1}{1+a\mathrm{e}^{-kt}}$，其中 $P(x)$ 是 t 时刻人群中知道此谣言的人数比例，a 与 k 都是正数. 随着社会的发展，不仅谣言的种类越来越多，制造者和传播者的队伍也不断扩大，而且谣言的传播方式也日益多样，传播速度越来越快. 科学地应对谣言传播是解决问题的关键，那么谣言是否真的能传播吗？随着时间的推移，听信谣言的人群会有怎样的变化？

第四节 两个重要极限

一、填空题

默写两个重要极限的公式：

(1)________________________________；

(2)________________________________或________________________________.

二、选择题

1. 下列各式正确的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\sin x=0$　　C. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=0$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sin(x-1)}{x-1}=$(　　).

A. 1　　B. 0　　C. 2　　D. ∞

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}=$(　　).

A. $e^{\frac{1}{3}}$　　B. e^3　　C. 1　　D. e

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2}=$(　　).

A. e^2　　B. e^3　　C. 1　　D. e^6

三、计算题

1. 计算下列极限.

(1)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{3x}$；

(2)$\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$；

(3)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x\sin x}$；

(4)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan kx}{x}$.

2. 计算下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{x}\right)^{x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}$；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3-x}{2-x}\right)^{x}$.

四、应用拓展题

我国某医院 2010 年 5 月 20 日进口一台彩色超声波诊断仪，贷款 20 万美元，以复利计息，年利率 4%，2019 年 5 月 20 日到期一次还本付息，试确定贷款到期时的还款总额.

(1)若一年计息 2 期；

(2)若按连续复利计息.

第五节　无穷小与无穷大

一、填空题

1. 有限个无穷小的代数和是________.

2. 有界函数与无穷小的乘积是________.

3. 常数和无穷小的乘积是________.

4. 有限个无穷小的乘积是________.

5. 在自变量的同一变化过程中，如果 $f(x)$ 为无穷大，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为____________；反之，如果 $f(x)$ 为无穷小，且 $f(x)\neq 0$，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为____________.

6. 设 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$，$\lim\limits_{x\to x_0}\beta(x)=0$，如果 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$，则称 $x\to x_0$ 时 $\alpha(x)$ 是比 $\beta(x)$ ________的无穷小；如果 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=C\neq 0$，则称 $x\to x_0$ 时 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是________无穷小；如果 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$，则称 $x\to x_0$ 时 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是________无穷小.

二、选择题

1. 下列说法正确的是(　　).

A. 非常小的数是无穷小　　B. 零是无穷小

C. 无穷小就是 0　　D. 无穷大是很大的数

2. 下列说法正确的是(　　).

A. 两个无穷大的和一定是无穷大

B. 两个无穷小的商是无穷小

C. 无穷小与任意一个常数的乘积是无穷小

D. 无穷大与任意一个常数的乘积是无穷大

三、解答题

1. 指出在下列条件下，哪些函数是无穷小，哪些函数是无穷大.

(1) $x\to-\infty$，$y=x^3$；　　(2) $x\to 0$，$y=1-\cos x$；

(3) $x \to 0^+, y=\ln x$;　　(4) $x \to 0^+, y=2^{\frac{1}{x}}-1$.

2. 计算下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin 2x}{x}$;　　(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{x^3-1}$;

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{2x}}{\sin 2x}$;　　(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{\sin bx}$.

四、应用拓展题

(洗涤效果分析)洗衣机的洗衣过程为以下几次循环:加水—漂洗—脱水.假设洗衣机每次加水量(单位:L)为 C,衣物的污物质量(单位:kg)为 A,衣物脱水后的含水量(单位:kg)为 m,问:经过 n 次循环后,衣物的污物浓度为多少(污物浓度为污物的质量与水量之比)? 能否彻底地清除污物?(提示:洗涤 1 次后污物的浓度为 $\rho_1=\dfrac{A}{C}$,洗涤 2 次后污物的浓度为 $\rho_2=\dfrac{\rho_1 m}{C+m}$,洗涤 n 次后污物的浓度为 $\rho_n=\dfrac{\rho_{n-1}m}{C+m}$.)

第六节 函数的连续性

一、填空题

1. 若函数 $y=f(x)$在点 x_0 处及其附近有定义，且$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=f(x_0)$，则称函数 $y=f(x)$在点 x_0 处____________.

2. 如果函数 $f(x)$在点 x_0 处不连续，则称 $f(x)$在点 x_0 处____________，并称点 x_0 为 $f(x)$的____________.

3. 设 x_0 为 $f(x)$的间断点，若函数在点 x_0 处的左、右极限都存在，则称 x_0 为 $f(x)$的____________间断点；而凡不属于此类的间断点都称为____________间断点.

4. 在第一类间断点中，如果函数的左、右极限存在但不相等，这种间断点又称为__________间断点；如果函数的左、右极限存在且相等(极限存在)，但函数在该点处没有定义，或者函数在该点处有定义但函数值不等于极限值，这种间断点又称为__________间断点.

5. 基本初等函数在其定义域内都是________的.

6. 连续函数经过有限次的四则运算和复合后，得到的函数仍然是________的.

7. 一切初等函数在定义区间内都是________的，初等函数的连续区间就是其________区间，初等函数在其定义区间内点 x_0 处的极限值就是其________.

8. 若函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续，则 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上必有________值和________值.

9. 闭区间上的连续函数，在该区间上必________.

10. 如果函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续，$f(a)\neq f(b)$，且常数 μ 介于 $f(a)$与 $f(b)$之间，则至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使得________成立.

11. 闭区间上的连续函数必能取得它的最大值与最小值之间的________值.

12. 若函数 $f(x)$在闭区间$[a,b]$上连续，且 $f(a)$与 $f(b)$异号，则至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使得________.

二、选择题

1. 设 $f(x)$在 $\mathbf{R}$ 上有定义，函数 $f(x)$在点 x_0 处极限存在是函数 $f(x)$在点 x_0 处连续的(　　).

A. 充分条件　　　　B. 充分且必要条件

C. 必要条件　　　　D. 非充分也非必要条件

2. 若函数 $f(x)$在点 x_0 处连续，则(　　).

A. $f(x)$在点 x_0 处的函数值必存在且等于极限值

B. $f(x)$在点 x_0 处的函数值必存在,但不一定等于极限值

C. $f(x)$在点 x_0 处的函数值可以不存在

D. 如果 $f(x_0)$存在,必等于极限值

三、解答题

1. 设 $y=x^2-2x+5$,求当 x 由 2 变到 3 和由 2 变到 1 时函数的增量.

2. 讨论函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\neq 0, \\ 3, & x=0 \end{cases}$在点 $x=0$ 处的连续性.

3. 求函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$的间断点,并指出其类型.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases} a+x, & x<0, \\ e^x, & x\geqslant 0, \end{cases}$且函数在点 $x=0$ 处连续,求 a 的值.

5. 证明方程 $x^5-3x+1=0$ 在 1 和 2 之间至少存在一个实根.

四、应用拓展题

(电势函数)分布于 y 轴上一点电荷的电势 φ 由以下公式定义：

$$\varphi=\begin{cases}2\pi\sigma(\sqrt{y^2+a^2}-y), & y<0,\\ 2\pi\sigma(\sqrt{y^2+a^2}+y), & y\geqslant 0.\end{cases}$$

其中 σ 和 a 都是正的常数. 问 φ 在点 $y=0$ 处连续吗?

第一章检测题

一、选择题

1. 下列函数与 $y=x$ 有相同图形的函数是(　　).

A. $y=\sqrt{x^2}$　　B. $y=\dfrac{x^2}{x}$

C. $y=a\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$　　D. $y=\log_a a^x$

2. 已知函数 $\varphi=\begin{cases}\log_3 x, & x>0,\\ 2^x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $f[f(1)]$的值是(　　).

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. 2　　D. 1

3. 下列函数既是奇函数又是单调增加函数的是(　　).

A. $y=\cos x$　　B. $y=x+x^3$

C. $y=x^3+1$　　D. $y=\ln x$

4. 数列 $0,\frac{1}{3},\frac{2}{4},\frac{3}{5},\frac{4}{6},\cdots$(　　).

A. 以 0 为极限　　B. 以 1 为极限

C. 以$\frac{n-2}{n}$为极限　　D. 不存在极限

5. 若函数 $f(x)$在点 x_0 处的极限存在,则(　　).

A. $f(x)$在点 x_0 处的函数值必存在且等于极限值

B. $f(x)$在点 x_0 处的函数值必存在,但不一定等于极限值

C. $f(x)$在点 x_0 处的函数值可以不存在

D. 如果 $f(x_0)$存在,必等于极限值

6. $\lim\limits_{x\to 0}x^2\sin\frac{1}{x}=$(　　).

A. 1　　B. -1

C. 2　　D. 0

7. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^2-3x+9}{5x^2+2x-1}=$(　　).

A. 1　　B. $\frac{4}{5}$

C. 0　　D. ∞

8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{2x}=$(　　).

A. e^{-2}　　B. ∞

C. 0　　D. $\frac{1}{2}$

9. 当 $x\to 0$ 时,下列函数为 x 的高阶无穷小的是(　　).

A. $1-\cos x$　　B. $x+x^2$

C. $\sin x$　　D. $\sqrt{x}$

10. 函数 $f(x)$在点 $x=a$ 处连续是$\lim\limits_{x\to a}f(x)$存在的(　　).

A. 充分条件　　B. 充分且必要条件

C. 必要条件　　D. 非充分也非必要条件

二、填空题

1. 函数 $f(x)=\ln(5-x)$的定义域为____________.

2. 函数 $y=\tan(2x+1)$的复合过程是________________________.

3. 函数 $f(x)=x\cos x$ 的奇偶性为____________.

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(2-\frac{1}{x^2}\right)=$____________.

5. 函数 $e^{\frac{1}{x}}$ 当 $x\to 0^{+}$ 时为________(无穷小或无穷大).

三、判断题

1. 函数 $y=\sin 4x+\sqrt{x}$ 是初等函数. ( )
2. 函数 $f(x)=2^{x}$ 在定义域内是减函数. ( )
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$. ( )
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}=1$. ( )
5. 对于函数 $y=\dfrac{x^{2}-1}{x-1}$, $x=1$ 为其可去间断点. ( )

四、解答题

1. 求极限.

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{1-\sqrt{x}}$;

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-3}\right)^{x}$;

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{3x^{2}}$.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, & -\infty<x<0,\\ (1-x)^{2}, & 0\leqslant x<+\infty,\end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

3. 试确定常数 a，使得函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x>0, \\ a+x^2, & x\leqslant 0 \end{cases}$ 在$(-\infty,+\infty)$内连续.

4. 验证方程 $x\cdot 2^x=1$ 至少有一个小于 1 的根.

五、应用拓展题

假定你打算在银行存入一笔资金，你期望这笔投资 10 年后的价值为 12 000 元. 如果银行以年利率 9%、每年支付复利四次的方式付息，你应该投资多少元?