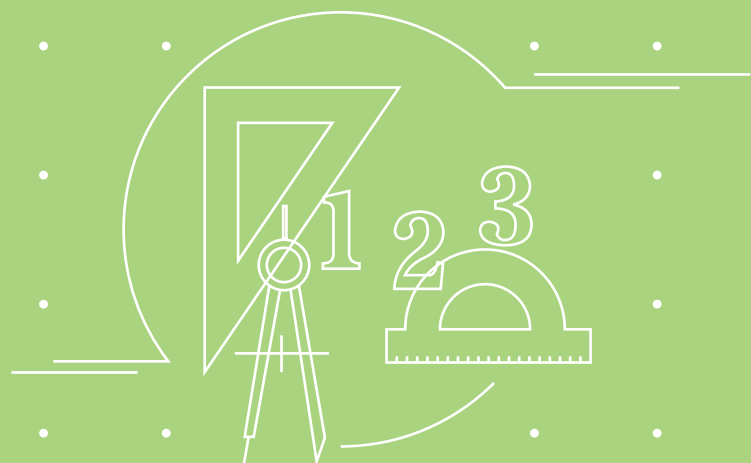


中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习 (拓展模块一·下)



中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学同步提升与练习(拓展模块一·下)

主编 吴佳梅 邱伟新

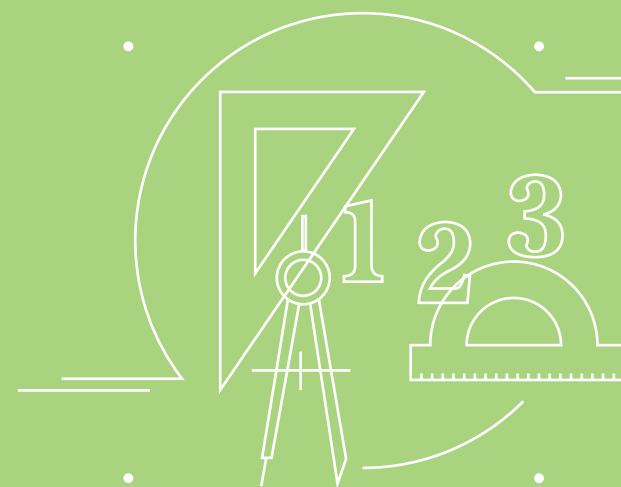
开明出版社

定价: 25.00元

数学

同步提升与练习 (拓展模块一·下)

主编 吴佳梅 邱伟新



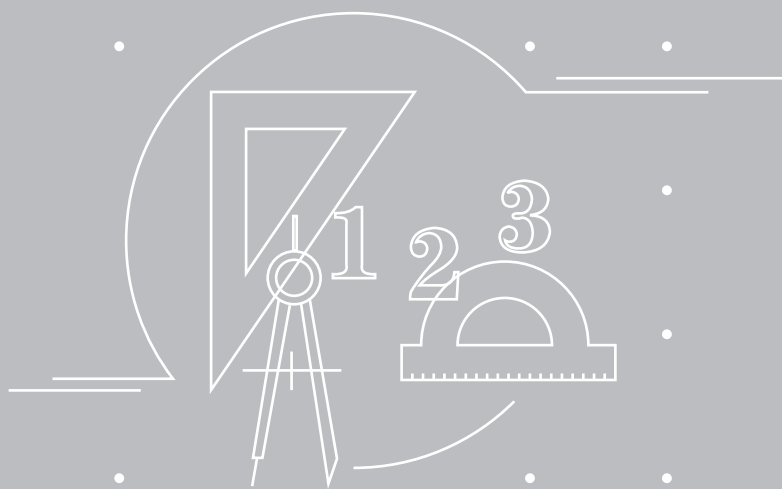
开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习 (拓展模块一·下)

主 编 吴佳梅 邱伟新
副主编 朱秀萍 魏纪艳 廖桂民



开明出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

责任编辑:

SHUXUE TONGBU TISHENG YU LIANXI (TUOZHAN MOKUAI YI • XIA)

数学同步提升与练习 (拓展模块一 • 下)

主 编:

出 版: 开明出版社

(北京市海淀区西三环北路 25 号 邮编 100089)

印 刷: 三河市骏杰印刷有限公司

开 本: 880 mm×1230 mm 1/16

印 张:

字 数: 千字

版 次: 2023 年 月第 1 版

印 次: 2023 年 月第 1 次印刷

定 价: 25.00 元

印刷、装订质量问题,出版社负责调换。联系电话:(010)88817647



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是国家脱贫攻坚的需要,是国家社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为基础,全面落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程改革规划新教材《数学 拓展模块一》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本单元知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过预习,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

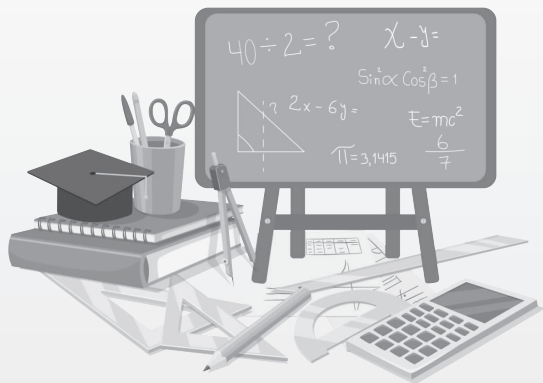
典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。

巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分,通过自我检测,使学生做到及时查缺补漏,确保当堂内容当堂清。

本书由广西梧州商贸学校的吴佳梅老师、广西岑溪市中等专业学校的邱伟新老师担任主编,由广西科技商贸高级技工学校的朱秀萍老师、广西河池市卫生学校的魏纪艳老师、广西工贸高级技工学校的廖桂民老师担任副主编。

由于编者学术水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第六单元 立体几何 1

- 6.1 平面的基本性质 2
- 6.2 直线与平面平行的判定与性质 6
- 6.3 直线与平面垂直的判定与性质 16

第七单元 复数及其应用 28

- 7.1 复数的概念 29
- 7.2 复数代数形式的运算 36
- 7.3 复数的三角形式 44
- 7.4 复数的指数形式 50
- 7.5 复数的应用 50

第八单元 排列组合 53

- 8.1 计数原理 54
- 8.2 排列 59
- 8.3 组合 62
- 8.4 排列组合的应用 66
- 8.5 二项式定理 69

第九单元 随机变量及其分布 76

- 9.1 离散型随机变量及其分布 77
- 9.2 二项分布 84
- 9.3 正态分布 88



第十单元 统计

93

10.1 用样本估计总体 94

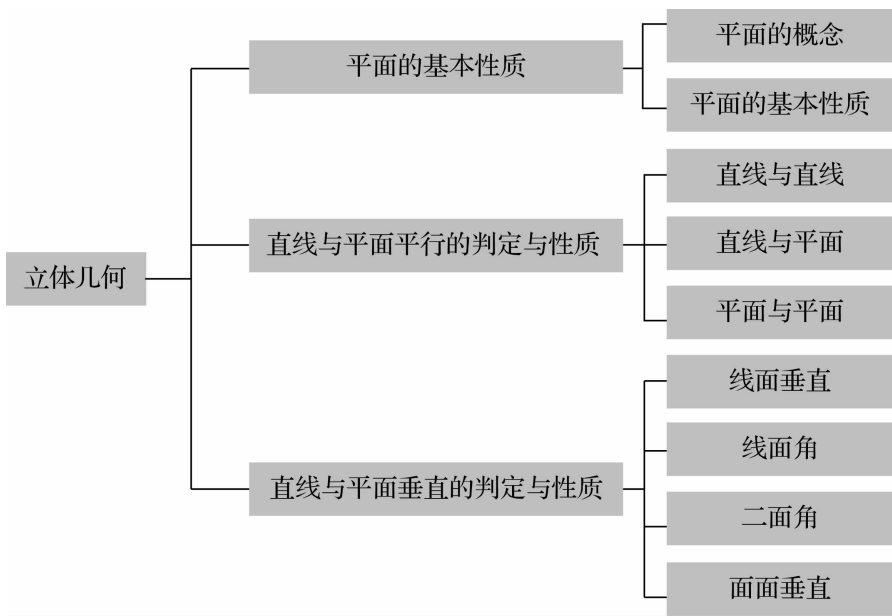
10.2 一元线性回归 97



第六单元

立体几何

知识脉络





6.1 平面的基本性质



1. 平面及其表示

2. 平面的基本性质



学习目标

1. 了解平面的概念.
2. 了解空间中点、线、面关系的符号表示.
3. 理解平面性质的三个公理.



知识梳理

1. 平面的概念:几何中所说的“平面”就是从桌面、黑板面、平静的湖面等物体中抽象出来的.但这些物体都是平面的_____形象,几何中的平面是_____的.

2. 一个平面常用一个大写的拉丁字母来表示,如平面 M ,或用一个希腊字母来表示,如平面 α ,也可以用表示平面的_____顶点或_____顶点的字母来表示,如平面 $ABCD$ 或平面 AC .

3. 公理 1:如果一条直线上有_____个点在一个平面内,那么这条直线在此平面内.这时,我们称直线在平面内,或者说平面经过直线.

4. 直线和平面都可以看作点的集合,因此我们可以用集合的符号表示点、线、面之间的相互关系.例如,点 A 在直线 l 上,记作_____ ;点 P 在直线 l 外,记作_____ ;点 B 在平面 α 内,记作_____ ;而 $l \subset \alpha$,则表示直线 l 在平面 α _____,否则,就说直线 l 在平面 α 外,记作_____.

5. 公理 2:如果两个不重合的平面有一个公共点,那么它们有且只有_____条公共直线通过这个点.这个公理揭示了两个平面相交的重要特征:如果两个平面相交,它们必相交成_____条直线.

6. 公理 3:经过_____的三个点有且只有一个平面.这个公理可以简单地说成





“_____的三点确定一个平面”. 这里所谓“确定”是指经过这三个点的平面“存在”而且“唯一”.

7. 经过不在一条直线上的三点 A, B, C 的平面, 可记作“_____”.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 判断下列说法是否正确.

- (1) 点 A 在平面 α 内, 记作 $A \subset \alpha$;
- (2) 直线 l 在平面 α 内, 记作 $l \in \alpha$;
- (3) 平面 α 与平面 β 相交于直线 l , 记作 $\alpha \cap \beta = l$;
- (4) 直线 l 不在平面 α 内, 记作 $l \not\subset \alpha$.

解 (1) 点 A 在平面 α 内, 记作 $A \in \alpha$; (2) 直线 l 在平面 α 内, 记作 $l \subset \alpha$; (3) 平面 α 与平面 β 相交于直线 l , 记作 $\alpha \cap \beta = l$; (4) 直线 l 不在平面 α 内, 记作 $l \not\subset \alpha$. 根据分析可知, (1) 错; (2) 错; (3) 对; (4) 对.

点拨 把直线、平面看成是点的集合, 点与直线的关系是元素与集合的关系, 包括属于和不属于两种关系, 直线与平面的关系是集合与集合的关系.

例 2 在空间中, 下列说法不正确的是 ()

- A. 若三条直线相交于一点, 则这三条直线共面
- B. 四条平行直线最多可以确定六个平面
- C. 两条平行直线确定一个平面
- D. 若两个平面有一个公共点, 则它们有无数个公共点

解析 两条相交直线确定一个平面, 但第三条直线不一定在这个平面内. 故选 A.

点拨 本题考查了共面的条件.

例 3 一条直线与三条平行直线都相交, 求证: 这四条直线共面.

证明 设直线 $a \parallel b \parallel c$ 且 l 与 a, b, c 均相交.

证法一: 因为 $a \parallel b$, 所以 a, b 确定一个平面 α .

因为 $l \cap a = A, l \cap b = B$, 所以 $A \in \alpha, B \in \alpha$, 故 $l \subset \alpha$.

又因为 $a \parallel c$, 所以 a, c 确定一个平面 β , 同理可证 $l \subset \beta$.

所以 $\alpha \cap \beta = a$ 且 $\alpha \cap \beta = l$.

因为过两条相交直线 a, l 有且只有一个平面, 故 α 与 β 重合,

即直线 a, b, c, l 共面.

证法二: 由证法一得 a, b, l 共面 α , 也就是说 b 在 a, l 确定的平面 α 内.

同理可证 c 在 a, l 确定的平面 α 内.

因为过 a 和 l 只能确定一个平面,

所以 a, b, c, l 共面.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 平行四边形 $ABCD$ 表示平面时,下列不能表示该平面的是 ()
 A. 平面 $ABCD$ B. 平面 AC C. 平面 BD D. 平面 AB
2. 点 A 在直线 l 上,直线 l 在平面 α 内,可记为 ()
 A. $A \subset l \subset \alpha$ B. $A \in l \subset \alpha$ C. $A \in l \in \alpha$ D. $A \subset l \in \alpha$
3. 下列现象利用了平面的公理 1 的是 ()
 A. 若点 A 与点 B 都在平面 α 内,则直线 AB 在平面 α 内
 B. 两个合页和一把锁可以把门固定
 C. 自行车有的有一个撑脚,有的有两个撑脚
 D. 用丝带交叉捆礼品盒
4. 两个平面相交,那么它们有 ()
 A. 零个公共点 B. 一个公共点 C. 两个公共点 D. 无数个公共点
5. 下列条件可以确定一个平面的是 ()
 A. 三点 B. 两条直线
 C. 一条直线与一个点 D. 两条相交直线

二、填空题

6. 直线 l 不在平面 α 内,用符号表示为_____.
7. 若 $A \in \alpha, B \in \alpha$, 且 $A \in \beta, B \in \beta$, 则 $\alpha \cap \beta =$ _____.
8. _____的三点确定一个平面.
9. 两条_____直线或两条_____直线,可以确定一个平面.

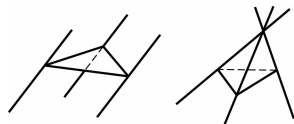
三、解答题

10. 判断下列说法是否正确,并说明理由.
 (1) 平面 α 只能用平行四边形表示;
 (2) 圆和平面多边形都可以表示平面;
 (3) 两个平面重叠在一起比一个平面厚.



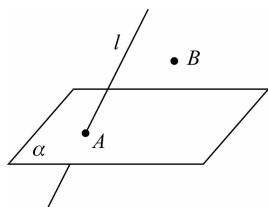


11. 如图,三条直线两两平行且不共面,每两条确定一个平面,一共可以确定几个平面? 如果三条直线相交于一点,它们最多可以确定几个平面?



能力提升

用数学语言描述下图中点、线、面的关系.



A _____ l , B _____ l , A _____ α , B _____ α ,
 l _____ α .

知识梳理答案

1. 局部 无线延展且没有边界
2. 平行四边形 对角
3. 两
4. $A \in l$ $P \notin l$ $B \in \alpha$ 内 $l \not\subset \alpha$
5. 一 一
6. 不在一条直线上 不共线
7. 平面 ABC



6.2 直线与平面平行的判定与性质



1. 直线与直线

2. 直线与直线所成的角



学习目标

1. 理解空间中直线与直线的位置关系.
2. 理解异面直线的定义及判定方法.
3. 了解异面直线所成的角的概念.
4. 理解异面直线垂直的判定方法.



知识梳理

1. 我们把不在同一个平面内的两条直线叫作_____. 这样,空间中两条直线有且只有以下三种位置关系:

- (1)_____:在平面内,有且只有一个公共点;
- (2)_____:在同一平面内,没有公共点;
- (3)_____:不在同一平面内,没有公共点.

相交直线与平行直线又叫作_____.

2. 公理 4:平行于同一条直线的两条直线互相平行. 这个公理表明,平行于空间一条已知直线的所有直线都互相平行. 它是判断空间两条直线平行的依据. 公理 4 表述的性质叫作空间平行线的_____.

3. 如果空间中一个角的两边与另一个角的两边分别平行,那么这两个角_____或_____.

4. 已知两条异面直线 a 与 b , 经过空间任意一点 O 作直线 $a' // a, b' // b$, 我们把 a' 与 b' 所成的_____或_____叫作两条异面直线 a 与 b 所成的角.

5. 如果两条异面直线 a, b 所成的角是_____, 那么我们就说这两条异面直线互相垂



直,记作_____.

6. 两条异面直线所成的角 θ 的变化范围是_____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 观察右图正方体,找出符合下列条件的所有直线.

(1)与 AB 平行的直线有_____;

(2)与 AB 相交的直线有_____;

(3)与 AB 异面的直线有_____.

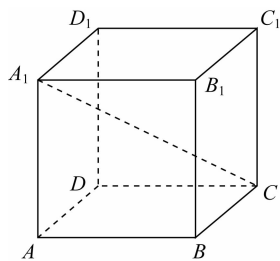
解析 (1) CD, A_1B_1, C_1D_1 .

(2) AD, BC, AA_1, BB_1 .

(3) $A_1D_1, B_1C_1, DD_1, CC_1$.

例 2 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,连接 A_1C .

求下列各对直线的夹角的大小.



AB 与 DC _____;

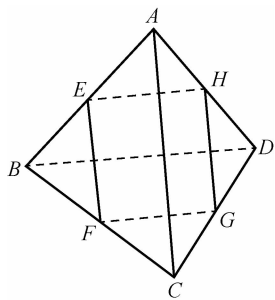
AB 与 D_1C_1 _____;

AB 与 BB_1 _____;

AB 与 AD _____.

解析 $0^\circ; 0^\circ; 90^\circ; 90^\circ$.

例 3 如图所示的四面体 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点,求证:四边形 $EFGH$ 是平行四边形.



证明 因为 E, F 分别为 AB, BC 的中点,

所以 $EF \parallel AC$ 且 $EF = \frac{1}{2}AC$.

又因为 G, H 分别为 CD, DA 的中点,



所以 $GH \parallel AC$ 且 $GH = \frac{1}{2}AC$.

所以 EF 与 GH 平行且相等.

所以四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

点拨 在证明线线平行时往往借助三角形的中位线平行且等于底边的一半.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

- 如果直线 m 与 n 没有公共点,那么 m 与 n 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 平行或异面
- 设 BB_1 是长方体的一条棱,则长方体中与 BB_1 平行的棱有 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条
- 若 $m \parallel n$, l 与 m 是异面直线,那么 l 与 n 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 相交或异面
- 两条异面直线所成的角的取值范围是 ()
A. $(0, \frac{\pi}{2})$ B. $(0, \frac{\pi}{2}]$ C. $[0, \frac{\pi}{2})$ D. $[0, \frac{\pi}{2}]$
- 如果直线 m, n 与直线 l 相交所成的角相等,则直线 m, n 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 不确定
- 和两条异面直线都垂直的直线有 ()
A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 无数条

二、填空题

- 直线 a, b 确定了一个平面,则 a, b 的位置关系是_____.
- 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, A_1C_1 与 AB 的夹角为_____, AB 与 DD_1 的夹角为_____.

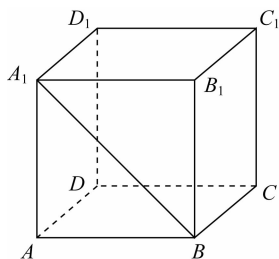
三、解答题

- 求正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 AC_1 所成角的正弦值.



能力提升

如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,与 AB 异面的棱是_____, A_1B 与 CD 的夹角为_____.



知识梳理答案

1. 异面直线 (1)相交 (2)平行 (3)异面 共面直线
2. 传递性
3. 相等 互补
4. 锐角 直角
5. 直角 $a \perp b$
6. $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

3. 直线与平面



学习目标

1. 理解空间中直线与平面的位置关系.
2. 理解直线与平面平行的判定定理和性质定理.



知识梳理

1. 直线与平面有以下三种位置关系:

- (1) 直线在平面内: 直线与平面有_____个公共点.
- (2) 直线与平面相交: 直线与平面_____个公共点.
- (3) 直线与平面平行: 直线与平面_____公共点.

其中, 直线与平面相交或平行统称为直线在平面_____.

2. 直线与平面平行的判定定理: 如果平面_____的一条直线与平面_____的一条直线平行, 那么这条直线与这个平面平行.

3. 直线与平面平行的性质定理: 如果一条直线与一个平面平行, 并且经过这条直线的平面



和这个平面相交,那么这条直线和_____平行.

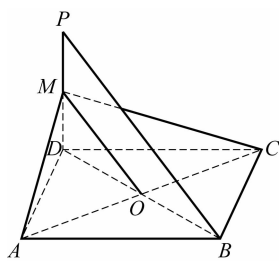
(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 如图所示,已知点 P 为平行四边形 $ABCD$ 外的一点,点 M 是 PD 的中点,平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于 O 点.

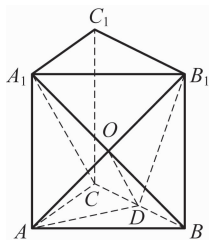
求证:直线 $PB \parallel$ 平面 MAC .



证明 如图,连接 MO . 在 $\triangle PBD$ 中,因为 M 是 PD 的中点, O 是 BD 的中点,所以 MO 是 $\triangle PBD$ 的中位线,则 $MO \parallel PB$. 又因为直线 MO 在平面 MAC 内,直线 PB 在平面 MAC 外,所以直线 $PB \parallel$ 平面 MAC .

点拨 根据直线与平面平行的判定定理,要想证得直线 PB 与平面 MAC 平行,首先要证得直线 PB 与平面 MAC 内的一条直线平行. 观察图形,需要先作出辅助线,即连接 MO , 然后进行求证.

例 2 如图,在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 = AB$, D 为 BC 的中点.



证明: $A_1C \parallel$ 平面 AB_1D .

证明 如图,连接 A_1B 交 AB_1 于点 O , 连接 OD .

在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,侧面 ABB_1A_1 为平行四边形,则 O 为 A_1B 的中点.

又因为 D 为 BC 的中点,

所以 $OD \parallel A_1C$.

又 $OD \subset$ 平面 AB_1D , $A_1C \not\subset$ 平面 AB_1D ,

所以 $A_1C \parallel$ 平面 AB_1D .

点拨 要证线面平行,先证明线线平行,要学会借助中位线证明线线平行.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 若直线 m 不在平面 α 内, 则 $m \parallel \alpha$
 B. 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 则 m 平行于平面 α 内无数条直线
 C. 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 则平面 α 内只有一条直线与 m 平行
 D. 若直线 $m \parallel n$, 则 m 平行于经过 n 的所有平面

2. 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 则 m 平行于 α 内 ()

- A. 唯一一条直线 B. 任意一条直线 C. 所有直线 D. 无数条直线

3. 下列命题中, 不正确的是 ()

- A. 若直线 m 上有两个点在平面 α 内, 则 m 在平面 α 内
 B. 若直线 m 上有一个点在平面 α 外, 则 m 不在平面 α 内
 C. 若直线 m 不在平面 α 内, 则 m 与平面 α 至少有一个公共点
 D. 若直线 m 不在平面 α 内, 则 m 与平面 α 最多有一个公共点

4. 过直线外一点, 与已知直线平行的平面有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 无数个

二、填空题

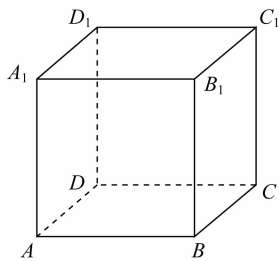
5. 若直线 l 与平面 α 内的一条直线平行, 则 l 与 α 的位置关系是_____.

6. 下列说法中, 正确的有_____.

- ①若平面 α 外的一条直线 a 与平面 α 内的无数条直线平行, 则直线 a 与平面 α 平行;
 ②已知平面 α 外的两条平行直线 a, b , 若 $a \parallel \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$;
 ③若直线 a 和平面 α 平行, 则直线 a 平行于平面 α 内任意一条直线;
 ④若直线 a 和平面 α 平行, 则平面 α 中必定存在直线与直线 a 平行.

7. 观察右图正方体, 找出符合下列条件的所有直线或平面.

- (1) 与 AB 平行的平面有_____;
 (2) 与 AB 相交的平面有_____;
 (3) 与平面 $ABCD$ 平行的直线有_____;
 (4) 与平面 $ABCD$ 相交的直线有_____;
 (5) 经过直线 AB 的平面(即直线 AB 在该平面内)有_____.





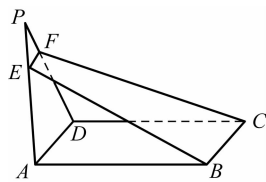
三、解答题

8. 判断下列命题是否正确.

- (1) 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 则 m 平行于 α 内的所有直线;
- (2) 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 则 m 平行于 α 内的无数条直线;
- (3) 若直线 m 平行于平面 α 内的无数条直线, 则 $m \parallel \alpha$;
- (4) 若 $m \parallel n, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$.

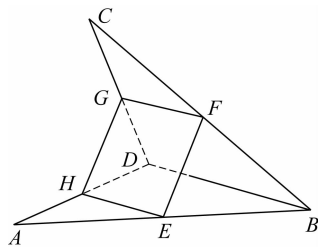
9. 如右图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, P 是平面 $ABCD$ 外一点, 过 BC 作平面 $BCFE$ 交 AP 于点 E , 交 DP 于点 F .

求证: 四边形 $BCFE$ 是梯形.



能力提升

如图, 空间四边形 $ABCD$ 四边 AB, BC, CD, AD 的中点依次为 E, F, G, H . 证明: $BD \parallel$ 平面 $EFGH$.



知识梳理答案

1. (1) 无数 (2) 有且只有一 (3) 没有 外
2. 外 内
3. 交线





4. 平面与平面



学习目标

1. 理解空间中平面与平面的位置关系.
2. 理解平面与平面平行的判定定理和性质定理.



知识梳理

1. 空间中不重合的两个平面之间的位置关系有且只有以下两种:
 - (1) 平行: 两个平面_____公共点.
 - (2) 相交: 两个平面有且只有_____条公共直线.
2. 平面 α 与平面 β 平行, 记作_____.
3. 两个平面平行的判定定理: 如果一个平面内有两条_____直线平行于另一个平面, 那么这两个平面互相平行.
4. 两个平面平行的性质定理: 如果两个平行平面同时和第三个平面相交, 那么它们的_____互相平行.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 判断下列命题是否正确.

- (1) 如果一个平面内的两条直线与另一个平面内的两条直线分别平行, 那么这两个平面平行;
- (2) 如果一个平面内的两条直线都与另一个平面平行, 那么这两个平面平行;
- (3) 分别在两个平行平面内的两条直线平行;
- (4) 平行于同一直线的两平面平行.

解 (1) 错误; (2) 错误; (3) 错误; (4) 错误.

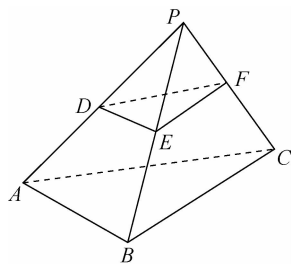
例 2 如图, 空间四边形 $PABC$ 中, PA, PB, PC 的中点分别为 D, E, F , 证明: 平面 $DEF \parallel$ 平面 ABC .

证明 因为 D, E, F 分别是 PA, PB, PC 的中点, 所以 $DE \parallel AB$, 而 DE 不在平面 ABC 内, AB 在平面 ABC 内, 所以 $DE \parallel$ 平面 ABC . 同理 $EF \parallel$ 平面 ABC .

又 $DE \cap FE = E$,

所以平面 $DEF \parallel$ 平面 ABC .

点拨 根据三角形中位线定理先证明线线平行, 再证明线面平行, 最后证明面面平行.





巩固练习

基础巩固

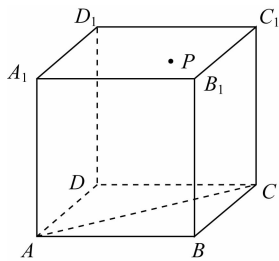
一、选择题

1. 已知平面 α 平行于平面 β , 若直线 m 在平面 α 内, 则直线 m 与平面 β 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 直线在平面内 D. 平行或相交
2. 若平面 α 内两条直线 a, b 都平行于平面 β , 则平面 α 与平面 β 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 重合 D. 无法确定
3. 下列条件中, 能推出平面 α 平行于平面 β 的是 ()
A. 直线 $a \subset \alpha$, 且 $a \parallel \beta$
B. 直线 $a \subset \alpha, b \subset \alpha$, 且 $a \parallel \beta, b \parallel \beta$
C. 平面 α 内任何一条直线都平行于平面 β
D. 平面 α 内有无数条直线平行于平面 β
4. 若平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 平面 γ 分别与 α, β 相交于直线 m, n , 则 m 与 n 的位置关系是 ()
A. 平行 B. 相交 C. 重合 D. 无法确定

二、解答题

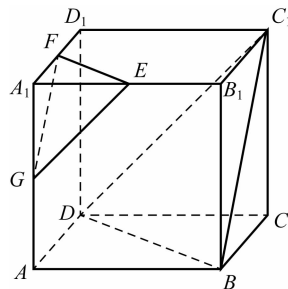
5. (1) 作两个平行平面 α 与 β ; 过两平面外一点 A , 作直线 AC 交平面 α 于点 B , 交平面 β 于点 C ; 作直线 AF 交平面 α 于点 E , 交平面 β 于点 F .
(2) 求证(1)中直线 $BE \parallel CF$.

6. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内有一点 P , 试过点 P 作直线与直线 AC 平行, 并说明理由.



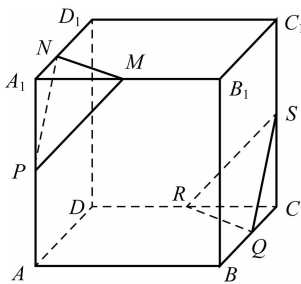


7. 如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别是 A_1B_1, A_1D_1, AA_1 的中点. 求证:平面 $EFG \parallel$ 平面 BDC_1 .



能力提升

1. 已知直线 l, m 和平面 α, β, γ , 下列条件能得出 $\alpha \parallel \beta$ 的是 ()
- A. $l \subset \alpha, m \subset \alpha$, 且 $l \parallel \beta, m \parallel \beta$ B. $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 且 $l \parallel m$
- C. $\alpha \parallel \gamma$, 且 $\gamma \parallel \beta$ D. $l \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 且 $l \parallel m$
2. 如图所示,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N, P, Q, R, S 分别是所在棱的中点. 求证:平面 $PMN \parallel$ 平面 QRS .



知识梳理答案

- (1) 没有 (2) 一
- $\alpha \parallel \beta$
- 相交
- 交线



6.3 直线与平面垂直的判定与性质



1. 直线与平面垂直的判定与性质



学习目标

理解直线与平面垂直的判定定理和性质定理.



知识梳理

1. 如果一条直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直,我们就说直线 l 与平面 α 互相垂直,记作_____. 直线 l 叫作平面 α 的_____,平面 α 叫作直线 l 的_____. 直线与平面垂直时,它们唯一的公共点 O 叫作_____.

2. 直线与平面垂直的判定定理:如果一条直线和一个平面内的两条_____直线都垂直,那么这条直线垂直于这个平面.

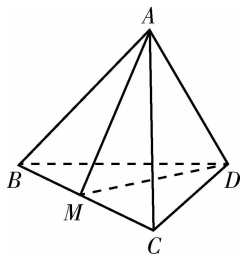
3. 直线与平面垂直的性质定理:如果两条直线垂直于同一个平面,那么这两条直线_____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 如图所示,已知四面体 $ABCD$, $AB=AC$, $DB=DC$, 点 M 为 BC 的中点.
求证: $BC \perp$ 平面 AMD .



证明 因为 $AB=AC$, $DB=DC$, M 为 BC 的中点,
所以 $AM \perp BC$, $DM \perp BC$.



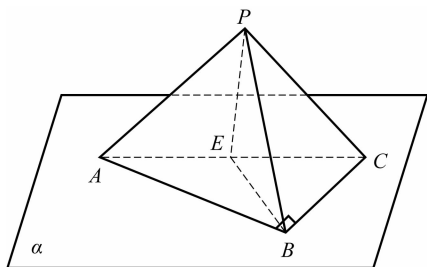


又因为 $AM \cap DM = M$,

所以 $BC \perp$ 平面 AMD .

例 2 如图所示,已知在平面 α 内的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,点 E 是其斜边 AC 的中点,点 P 为平面 α 外的一点,且 $PA=PB=PC$.

求证: $PE \perp \alpha$.



证明 如图,连接 EB .

因为 $PA=PC$,点 E 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 的中点,

所以 $PE \perp AC$, $EB = \frac{1}{2}AC = EC$.

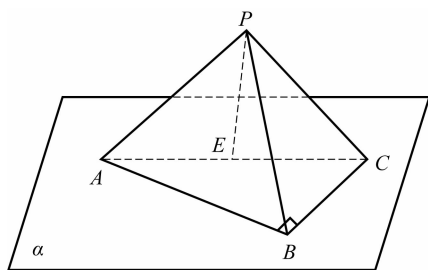
又因为 $PB=PC$,所以 $\triangle PEB \cong \triangle PEC$,

则 $\angle PEB = \angle PEC = 90^\circ$,

即 $PE \perp EB$.

因为 $EB \subset \alpha$, $EC \subset \alpha$, EB 与 EC 相交于 E 点,

所以 $PE \perp \alpha$.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 空间内垂直于同一直线的两条直线

()

A. 平行

B. 相交

C. 异面

D. 平行、相交或异面

2. 空间内垂直于同一平面的两条直线

()

A. 平行

B. 相交

C. 异面

D. 平行、相交或异面

3. 下列不能判断直线 l 与平面 α 垂直的是

()

A. 直线 l 与平面 α 内的所有直线都垂直

B. 直线 l 与平面 α 内的任意直线都垂直

C. 直线 l 与平面 α 内的两条相交直线垂直

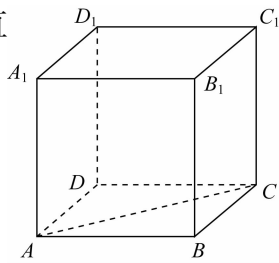
D. 直线 l 与平面 α 内的无数条直线都垂直



4. 垂直于三角形两边的直线与三角形所在平面的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 垂直 C. 斜交 D. 直线在平面内
5. 已知直线 PA 垂直于矩形 $ABCD$ 所在的平面, 下列结论中不正确的是 ()
 A. $PA \perp BC$ B. $PA \perp CD$ C. $PD \perp BD$ D. $PD \perp CD$

二、填空题

6. 过空间内不在直线 l 上的一点, 与直线 l 垂直的直线有_____条.
7. 过空间内不在直线 l 上的一点, 与直线 l 垂直的平面有_____个.
8. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 找出符合下列条件的所有直线或平面.

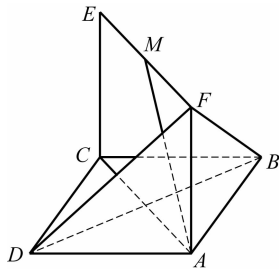


- (1) 与 AB 垂直的直线有_____;
- (2) 与 AC 垂直的直线有_____;
- (3) 与 AB 垂直的平面有_____.

三、解答题

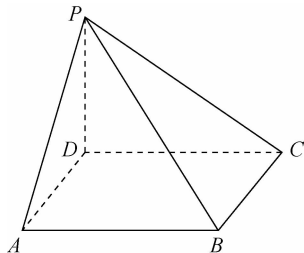
9. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在的平面互相垂直, $AB = \sqrt{2}$, $AF = 1$, M 是线段 EF 的中点.

求证: $AM \perp$ 平面 BDF .



能力提升

如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 连接 PA, PB, PC . 请写出图中所有的直角三角形, 并说明理由.





知识梳理答案

1. $l \perp \alpha$ 垂线 垂面 垂足
2. 相交
3. 互相平行

2. 直线与平面所成的角



学习目标

了解直线与平面所成的角的概念.



知识梳理

1. 如果一条直线与一个平面相交,但不与这个平面垂直,那么这条直线就叫作这个平面的_____,斜线与平面的交点叫作_____. 经过斜线上斜足以外的一点向平面引垂线,垂线与平面的交点叫作_____. 经过垂足与斜足的直线叫作斜线在这个平面内的_____.
2. 平面的一条斜线与它在平面内的射影所成的_____,叫作这条斜线与这个平面所成的角.
3. 特别地,一条直线垂直于平面,我们说它们所成的角是_____;一条直线与平面平行或在平面内,我们说它们所成的角是_____. 显然,直线与平面所成的角 θ 的变化范围是_____.

(答案在本节末尾)

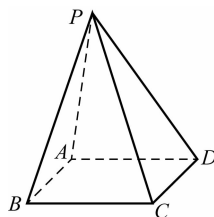


典型例题

例 1 如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA = \sqrt{2}AB$, 则直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成角的大小为 ()

- | | |
|---------------|---------------|
| A. 30° | B. 45° |
| C. 60° | D. 90° |

解析 连接 AC , 因为 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $PA \perp AC$. 在直角三角形 PAC 中, $PA = \sqrt{2}AB$, $AC = \sqrt{2}AB$, 即 $PA = AC$, 所以 $\angle PCA = 45^\circ$. 故选 B.





例 2 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 BD_1 与平面 AA_1D_1D 所成角的正切值为_____.

解析 连接 AD_1 , 因为 $AB \perp$ 平面 AA_1D_1D , 所以直线 BD_1 与平面 AA_1D_1D 所成的角为 $\angle AD_1B$. 设正方体的棱长为 1, 则 $AD_1 = \sqrt{2}$, 所以 $\tan \angle AD_1B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



巩固练习

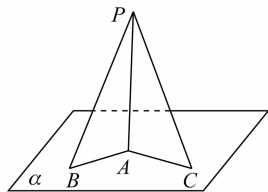
基础巩固

一、选择题

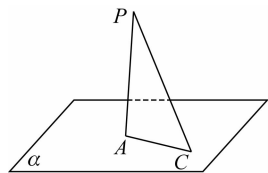
1. 直线与平面所成的角的取值范围是 ()
A. $(0^\circ, 90^\circ)$ B. $(0^\circ, 90^\circ]$ C. $[0^\circ, 90^\circ)$ D. $[0^\circ, 90^\circ]$
2. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, B_1C 与平面 $ABCD$ 所成的角是 ()
A. 0° B. 45° C. 60° D. 90°
3. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, BB_1 与平面 CC_1D_1D 所成的角是 ()
A. 0° B. 45° C. 60° D. 90°
4. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 AB_1 与平面 $ABCD$ 所成的角为 ()
A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

二、填空题

5. 如图所示, $PA \perp \alpha$, 则图中平面 α 的垂线有_____; 斜线有_____; 垂足有_____; 斜足有_____; 点 P 在平面 α 内的射影是_____; 斜线 PC 在平面 α 内的射影是_____; 直线 PA 与 α 所成的角是_____ (用角度表示); 直线 PB 与平面 α 所成的角是_____ (用符号表示).



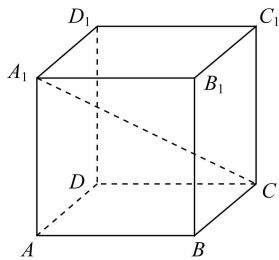
6. 如图所示, $PA \perp \alpha$, PC 是平面 α 的斜线, 若 $PC = 6$, $AC = 3$, 则 PC 与平面 α 所成的角是_____ (用角度表示).





三、解答题

7. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,连接 A_1C .



(1) 求下列直线与平面所成角的大小.

① AB 与平面 $ABCD$;

② A_1B_1 与平面 $ABCD$;

③ A_1D_1 与平面 $ABCD$;

④ B_1C_1 与平面 ABB_1A_1 .

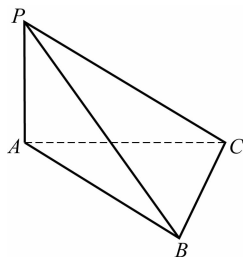
(2) 在图中画出下列各对直线与平面所成的角.

① A_1C 与平面 $ABCD$;

② A_1C 与平面 BCC_1B_1 .

能力提升

如图所示, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA \perp$ 平面 ABC , 此图形中有 _____ 个直角三角形.



知识梳理答案

1. 斜线 斜足 垂足 射影

2. 锐角

3. 直角 0° $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$



3. 平面与平面所成的角



学习目标

了解二面角及二面角的平面角的概念.



知识梳理

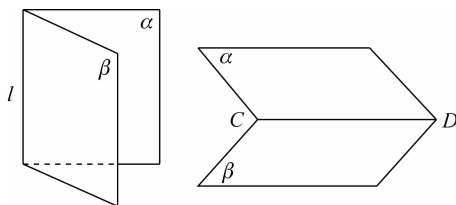
1. 从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫作_____, 这条直线叫作二面角的_____, 这两个半平面叫作二面角的_____.
2. 以二面角的棱上的任意一点 O 为端点, 在两个半平面内分别作垂直于棱的两条射线 OA 和 OB , 则这两条射线所成的_____叫作二面角的平面角.
3. 平面角是直角的二面角叫作_____.

(答案在本节末尾)

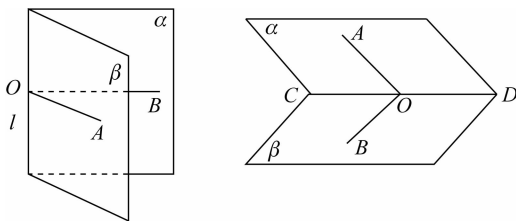


典型例题

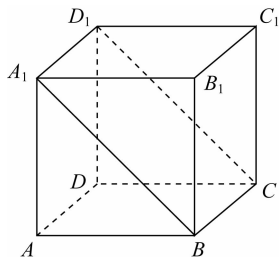
例1 分别画出下列二面角的一个平面角.



解 如图:



例2 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 A_1BCD_1 与平面 $ABCD$ 所成的二面角的平面角可以是_____或_____, 其大小是_____.





解析 $\angle ABA_1; \angle DCD_1; 45^\circ$.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 二面角的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{\pi}{2})$ B. $[0, \frac{\pi}{2}]$ C. $(0, \pi)$ D. $[0, \pi]$

2. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. 二面角是两个平面所组成的图形
B. 二面角是指角的两边分别在两个平面内的角
C. 二面角的平面角的两条边与二面角的棱垂直
D. 二面角一定不是钝角

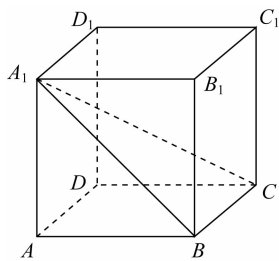
3. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 C_1-AB-C 的大小是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

二、填空题

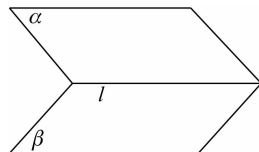
4. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 是直二面角, 若点 P 到平面 α, β 的距离分别为 3 和 4, 则点 P 到棱 l 的距离是_____.

5. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 AB 与 D_1C_1 所成的角的大小是_____;
 DC 与 A_1B 所成的角的大小是_____;
直线 A_1B 与平面 $ABCD$ 所成的角的大小是_____;
直线 A_1C 在平面 $ABCD$ 的射影是_____;
_____是二面角 A_1-BC-B_1 的一个平面角;
二面角 $A-BC-B_1$ 的大小是_____.



三、解答题

6. 作出二面角 $\alpha-l-\beta$ 的两个平面角 $\angle AOB$ 与 $\angle A_1O_1B_1$. 判断平面 AOB 与平面 $A_1O_1B_1$ 是否平行, 并证明.





7. 如图 1, 将等腰直角三角形 ABC 以斜边 AB 上的高 CD 为棱折成直二面角 (如图 2), 求 $\angle ADB$ 的大小.

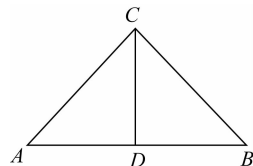


图 1

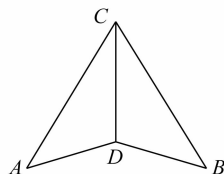
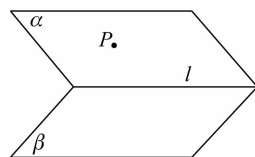


图 2

能力 提升

如图, 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的一个半平面 α 内的一点 P 到棱 l 的距离是它到 β 距离的 2 倍, 求二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小.



知识梳理答案

1. 二面角 棱 面
2. $\angle AOB$
3. 直二面角

4. 平面与平面垂直的判定与性质



学习目标

理解平面与平面垂直的判定定理和性质定理.





知识梳理

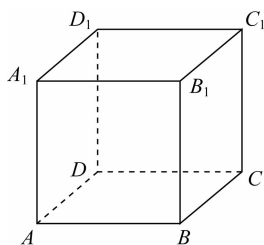
- 一般地,两个平面相交,如果它们所成的二面角是_____,我们就说这两个平面互相垂直.平面 α 与平面 β 垂直,记作_____.
- 一般地,两个平面互相垂直有下面的判定定理:如果一个平面经过另一个平面的一条_____,那么这两个平面互相垂直.
- 两个平面垂直的性质定理:如果两个平面垂直,那么在一个平面内垂直于它们_____的直线垂直于另一个平面.

(答案在本节末尾)

典型例题

例 1 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,找出符合下列条件的所有平面和直线.

- 与平面 $ABCD$ 垂直的平面有_____;
- 与平面 BCC_1B_1 垂直的直线有_____.



解析 (1)平面 ABB_1A_1 , 平面 BCC_1B_1 , 平面 ADD_1A_1 , 平面 DCC_1D_1 .

(2) AB, DC, A_1B_1, D_1C_1 .

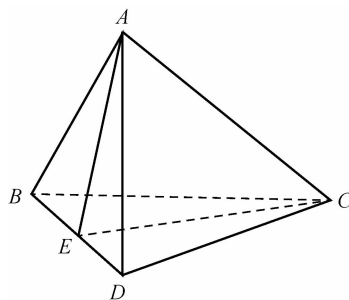
例 2 如图所示, $AB=AD, \angle ABC=\angle ADC=90^\circ$, E 为 BD 的中点, 求证: 平面 $AEC \perp$ 平面 ABD .

证明 因为 $AB=AD, \angle ABC=\angle ADC=90^\circ, AC=AC$,
所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$,
可知 $BC=DC$.

又因为 $AB=AD, E$ 为 BD 的中点,
所以 $BD \perp CE, BD \perp AE$.

因为 CE, AE 是平面 AEC 内的两条相交直线,
所以 $BD \perp$ 平面 AEC .

又因为 $BD \subset$ 平面 ABD ,
所以平面 $AEC \perp$ 平面 ABD .



点拨 要证明面面垂直, 先证明线线垂直, 然后得线面垂直, 最后证明面面垂直. 熟练掌握线线垂直与线面垂直和面面垂直之间的转化, 即线线垂直 $\Leftrightarrow$ 线面垂直 $\Leftrightarrow$ 面面垂直.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若平面 α 与平面 β 互相垂直, 则 ()

- A. 平面 α 中的任意一条直线垂直于平面 β
- B. 平面 α 中有且只有一条直线垂直于平面 β
- C. 平行于平面 α 的直线垂直于平面 β
- D. 平面 α 内垂直于交线的直线必垂直于平面 β

2. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 过平面外一点作这个平面的垂直平面是唯一的
- B. 过直线外一点作这条直线的垂线是唯一的
- C. 过平面的一条斜线作这个平面的垂直平面是唯一的
- D. 过直线外一点作这条直线的平行平面是唯一的

3. 设 a, b 表示两条直线, α 表示平面, 下列命题中正确的是 ()

- ①若 $a \perp \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \perp b$;
- ②若 $a \perp \alpha, a \perp b$, 则 $b \parallel \alpha$;
- ③若 $a \parallel \alpha, a \perp b$, 则 $b \perp \alpha$;
- ④若 $a \perp \alpha, b \parallel a$, 则 $b \perp \alpha$.

- A. ①②
- B. ②③
- C. ③④
- D. ①④

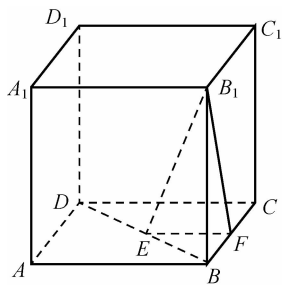
二、填空题

4. 观察教室的墙角得到: 若三个平面两两相交且相互垂直, 则它们的三条交线_____.

5. 若直线 $m \perp$ 平面 α , 平面 β 经过直线 m , 则 α _____ β .

三、解答题

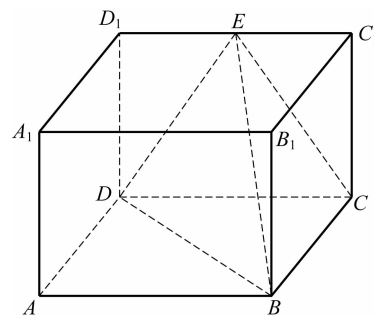
6. 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是线段 BD, BC 的中点. 求证: 平面 $EFB_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 .





能力 提升

如图所示,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $BB_1=BC=1$, E 为 D_1C_1 的中点,连接 ED, EC, EB 和 DB . 求证:平面 $EDB \perp$ 平面 EBC .



知识梳理答案

1. 直二面角 $\alpha \perp \beta$
2. 垂线
3. 交线

数学同步提升与练习

(拓展模块一·下)

参考答案及解析

目 录

第六单元 立体几何	1
6.1 平面的基本性质	1
6.2 直线与平面平行的判定与性质	1
6.3 直线与平面垂直的判定与性质	3
第七单元 复数及其应用	4
7.1 复数的概念	4
7.2 复数代数形式的运算	6
7.3 复数的三角形式	7
7.4 复数的指数形式	8
7.5 复数的应用	8
第八单元 排列组合	9
8.1 计数原理	9
8.2 排列	10
8.3 组合	11
8.4 排列组合的应用	11
8.5 二项式定理	12
第九单元 随机变量及其分布	13
9.1 离散型随机变量及其分布	13
9.2 二项分布	15
9.3 正态分布	16
第十单元 统计	16
10.1 用样本估计总体	16
10.2 一元线性回归	17

第六单元 立体几何

6.1 平面的基本性质

1. 平面及其表示

2. 平面的基本性质

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D
2. B
3. A
4. D
5. D

二、填空题

6. $l \not\subset \alpha$
7. 直线 AB
8. 不在同一条直线上
9. 平行;相交

三、解答题

10. 解:(1)错误,可以用三角形、梯形、圆等图形表示平面;(2)正确;(3)错误,平面没有厚薄.
11. 解:3个,3个.

【能力提升】

$\in; \notin; \in; \notin; \subset$

6.2 直线与平面平行的判定与性质

1. 直线与直线

2. 直线与直线所成的角

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D
2. C

3. D

4. B

5. D

6. D

二、填空题

7. 平行或相交

8. $45^\circ; 90^\circ$

三、解答题

9. 解:在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AC 与 AC_1 所成角为 $\angle CAC_1$. 在直角三角形 ACC_1 中, $AC_1 = \sqrt{3}CC_1$, 所以 AC 与 AC_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【能力提升】

$CC_1, DD_1, A_1D_1, B_1C_1; 45^\circ$

3. 直线与平面

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. B
2. D
3. C
4. D

二、填空题

5. 平行或直线 l 在平面 α 内
6. ①②④

7. (1)平面 CC_1D_1D , 平面 $A_1B_1C_1D_1$

(2)平面 ADD_1A_1 , 平面 BCC_1B_1

(3)直线 A_1B_1 , 直线 A_1D_1 , 直线 C_1B_1 , 直线 C_1D_1

(4)直线 AA_1 , 直线 BB_1 , 直线 CC_1 , 直线 DD_1

(5)平面 $ABCD$, 平面 ABB_1A_1

三、解答题

8. 解:(1)错误;

(2)正确;

(3)错误;

(4)错误.

9. 证明:在矩形 $ABCD$ 中, $BC \parallel AD$,

又因为 $BC \not\subset$ 平面 PAD , $AD \subset$ 平面 PAD ,

所以 $BC \parallel$ 平面 PAD .

又 $BC \subset$ 平面 $BCFE$,

且平面 $BCFE \cap$ 平面 $PAD = EF$,

所以 $EF \parallel BC$, 又 $BC = AD$, $EF \neq AD$,

所以 $EF \neq BC$,

故四边形 $BCFE$ 为梯形.

【能力提升】

证明: 因为在 $\triangle CBD$ 中, G, F 分别是 CD, CB 的中点,

所以 $GF \parallel BD$.

又 $BD \not\subset$ 平面 $EFGH$, $GF \subset$ 平面 $EFGH$,

所以 $BD \parallel$ 平面 $EFGH$.

4. 平面与平面

巩固练习

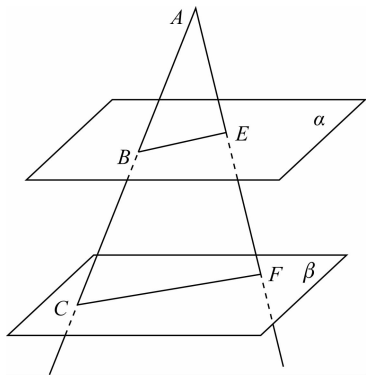
【基础巩固】

一、选择题

1. A
2. D
3. C
4. A

二、解答题

5. (1) **解:** 如图.



(2) **证明:** 因为 $\alpha \parallel \beta$, 且平面 $ACF \cap \alpha = BE$, 平面 $ACF \cap \beta = CF$, 所以 $BE \parallel CF$.

6. **解:** 连接 A_1C_1 , 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 中, 过点 P 作 $EF \parallel A_1C_1$, 分别交 A_1B_1, B_1C_1 于点 E, F , 则 $EF \parallel AC$.

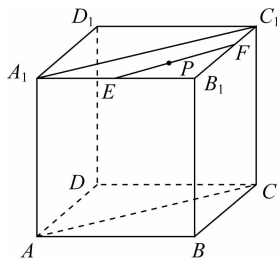
理由: 因为平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$, 而平面 $ACC_1A_1 \cap$ 平面 $ABCD = AC$, 平面 $ACC_1A_1 \cap$ 平面

$A_1B_1C_1D_1 = A_1C_1$,

所以 $A_1C_1 \parallel AC$.

又 $EF \parallel A_1C_1$,

所以 $EF \parallel AC$.

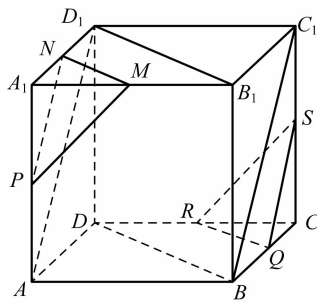


7. **证明:** 连接 B_1D_1, AB_1 , 因为 E, F 分别是 A_1B_1, A_1D_1 的中点, 所以 $EF \parallel B_1D_1$. 又因为 $BD \parallel B_1D_1$, 所以 $EF \parallel BD$, 而 EF 不在平面 BDC_1 内, BD 在平面 BDC_1 内, 所以 $EF \parallel$ 平面 BDC_1 ; 同理可证 $EG \parallel$ 平面 BDC_1 , 又 $EF \cap EG = E$, 故平面 $EFG \parallel$ 平面 BDC_1 .

【能力提升】

1. C **解析:** 选项 A 是错误的, 因为当 $l \parallel m$ 时, α 与 β 可能相交. 选项 B 和选项 D 也是错误的, 满足条件的 α 与 β 可能相交. 故选 C.

2. **证明:** 如图, 连接 B_1D_1, BD, AD_1, BC_1 , 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 因为 M, N, P, Q, R, S 分别是所在棱的中点, 所以 $MN \parallel B_1D_1 \parallel BD \parallel RQ$, 因为 $MN \not\subset$ 平面 QRS , $RQ \subset$ 平面 QRS , 所以 $MN \parallel$ 平面 QRS , 同理, $PN \parallel$ 平面 QRS . 又因为 $MN \cap PN = N$, 所以平面 $PMN \parallel$ 平面 QRS .



6.3 直线与平面垂直的判定与性质

1. 直线与平面垂直的判定与性质

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

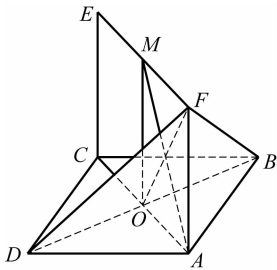
1. D
2. A
3. D
4. B
5. C

二、填空题

6. 无数
7. 1
8. (1) $AD, BC, A_1D_1, B_1C_1, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$
(2) AA_1, BB_1, CC_1, DD_1
(3) 平面 ADD_1A_1 , 平面 BCC_1B_1

三、解答题

9. 证明: 如图, 设 $AC \cap BD = O$, 连接 OM, OF . 易得 $BD \perp AC, BD \perp AF$, 且 AC 交 AF 于 A ,



所以 $BD \perp$ 平面 $ACEF$.

又因为 $AM \subset$ 平面 $ACEF$,

所以 $BD \perp AM$.

因为 $AB = \sqrt{2}$, 所以 $OA = 1$, 又 $AF = 1$,

所以四边形 $AOMF$ 是正方形.

所以 $AM \perp OF$, 又 $AM \perp BD$, 且 $OF \cap BD = O$,

所以 $AM \perp$ 平面 BDF .

【能力提升】

解: 直角三角形有 $\triangle PDA, \triangle PDC, \triangle PAB, \triangle PCB$.

理由: 因为 $PD \perp$ 平面 $ABCD$,

所以 $PD \perp AD, PD \perp DC, PD \perp AB, PD \perp BC$.

于是 $\triangle PDA, \triangle PDC$ 是直角三角形.

因为 $BC \perp PD, BC \perp DC, PD \cap DC = D$,

所以 $BC \perp$ 平面 PDC ,

从而 $BC \perp PC, \triangle PCB$ 是直角三角形.

同理可得 $\triangle PAB$ 也是直角三角形.

2. 直线与平面所成的角

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D
2. B
3. A
4. A

二、填空题

5. $PA; PB, PC; A; B, C; A; AC; 90^\circ; \angle PBA$
6. 60° 解析: 因为 $PA \perp \alpha$, 所以 $\angle PCA$ 就是 PC 与平面 α 所成的角. 又 $PC = 6, AC = 3$, 所以 $\cos \angle PCA = \frac{AC}{PC} = \frac{1}{2}$, 从而 $\angle PCA = 60^\circ$.

三、解答题

7. 解: (1) ① 0° ; ② 0° ; ③ 0° ; ④ 90° .
(2) 略.

【能力提升】

- 4 解析: 由 $PA \perp$ 平面 ABC 知 $PA \perp AB, PA \perp AC, PA \perp BC$, 所以 $\triangle PAB, \triangle PAC$ 为直角三角形. 由 $\angle ABC = 90^\circ$ 得 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 进而结合 $BC \perp PA$ 得到 $BC \perp PB$, 所以 $\triangle PBC$ 是直角三角形, 所以共有 4 个直角三角形.

3. 平面与平面所成的角

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D
2. C

3. B

二、填空题

4. 5

5. $0^\circ; 45^\circ; 45^\circ; AC; \angle A_1BB_1; 90^\circ$

三、解答题

6. 解: $\angle AOB$ 与 $\angle A_1O_1B_1$ 如图. 平面 $AOB \parallel$ 平面 $A_1O_1B_1$.

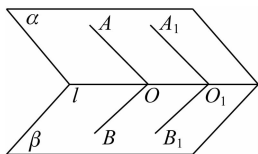
证明: 因为在平面 α 内, $AO \perp l, A_1O_1 \perp l$,

所以 $AO \parallel A_1O_1$.

因为 $AO \subset$ 平面 $AOB, A_1O_1 \not\subset$ 平面 AOB , 所以 $A_1O_1 \parallel$ 平面 AOB , 同理 $B_1O_1 \parallel$ 平面 AOB .

又因为 $A_1O_1 \cap B_1O_1 = O_1$,

所以平面 $AOB \parallel$ 平面 $A_1O_1B_1$.



7. 解: 因为 CD 是等腰直角三角形 ABC 斜边 AB 上的高, 所以 $CD \perp AB$.

于是二面角 $A-CD-B$ 中, $AD \perp CD, BD \perp CD$, 从而 $\angle ADB$ 是二面角 $A-CD-B$ 的平面角.

由于二面角 $A-CD-B$ 是直二面角, 所以 $\angle ADB = 90^\circ$.

【能力提升】

解: 过点 P 作直线 $PQ \perp \beta$, 交平面 β 于点 Q , 过点 P 作直线 $PH \perp l$, 交直线 l 于点 H , 连接 QH , 则 $PH = 2PQ$.

因为在直角三角形 PHQ 中, $PH = 2PQ$, 所以 $\angle PHQ = 30^\circ$.

又 $\angle PHQ$ 是二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角, 所以二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 30° .

4. 平面与平面垂直的判定与性质

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D

2. C

3. D

二、填空题

4. 两两垂直

5. $\perp$

三、解答题

6. 证明: 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是线段 BD, BC 的中点, 则 $EF \parallel CD$. 又因为 $CD \perp$ 平面 BCC_1B_1 , 所以 $EF \perp$ 平面 BCC_1B_1 . 又因为 $EF \subset$ 平面 EFB_1 , 所以平面 $EFB_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 .

【能力提升】

证明: 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2, BB_1=BC=1, E$ 为 D_1C_1 的中点, 所以 $\triangle DD_1E$ 为等腰直角三角形, $\angle D_1ED = 45^\circ$.

同理 $\angle C_1EC = 45^\circ$, 所以 $\angle DEC = 90^\circ$, 即 $DE \perp EC$.

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $BC \perp$ 平面 D_1DCC_1 , $DE \subset$ 平面 D_1DCC_1 ,

所以 $BC \perp DE$. 又 $EC \cap BC = C$,

所以 $DE \perp$ 平面 EBC .

因为 $DE \subset$ 平面 EDB , 所以平面 $EDB \perp$ 平面 EBC .

第七单元 复数及其应用

7.1 复数的概念

1. 复数的有关概念

巩固练习

【基础巩固】

一、选择题

1. D

2. A

3. C

4. D 解析: 本题考查复数相等. 因为 $2+ai=b-i$, 所以 $b=2, a=-1$, 故 $a^2+b^2=5$.

二、填空题

5. 实数集