

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 刘桂君
责任编辑 胡思佳 柳卫清
封面设计 碧 君

江苏省职教高考

数学同步强化检测

主编 曹 坚 秦 侠 邱炯玲



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-30406-3



9 787313 304063 >
定价: 45.00元



江苏省职教高考

数学 同步强化检测

主编 曹 坚 秦 侠 邱炯玲



赠册 参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

江苏省职教高考

数学

同步强化检测

主 编 曹 坚 秦 侠 邱炯玲
副主编 陈 萍 焦丽军 汪卫霞



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书包括集合、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、复数及其应用、解析几何、立体几何、概率与统计共十一章内容. 每章都设置与教材内容相对应的练习题, 练习题难度、知识点的把握都与江苏省职教高考考试要求一致, 可以很好地帮助考生把握考试难度, 优化答题速度, 巩固所学知识, 查漏补缺, 提高应试能力。

本书既可以作为普通高等学校招收中职毕业生的复习用书, 也可以作为广大中等职业学校学生的学习资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步强化检测

SHUXUE TONGBU QIANGHUA JIANCE

主 编: 曹坚 秦侠 邱炯玲

出版发行: 上海交通大学出版社

邮政编码: 200030

印 制:

开 本: 880 mm×1 230 mm 1/16

字 数: 274 千字

版 次: 2024 年 月第 1 版

书 号: ISBN 978-7-313-

定 价: 45.00 元

地 址: 上海市番禺路 951 号

电 话: 021-64071208

经 销: 全国新华书店

印 张: 11

印 次: 2024 年 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

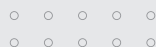
告读者: 如您发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:



Preface

前言



通过多年的摸索与实践,江苏省职教高考越来越规范有序.从考试内容和考试形式上来看,参加考试的考生将面临更大的挑战,多数考生都为如何能在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”而备受困扰,亟须通过高效的学习来快速提升应试能力,从而在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织多所一线院校的任课教师,根据考试科目的大纲要求,深入研究了近几年江苏省职教高考的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了这套江苏省职教高考复习丛书,供广大考生在复习时使用.

本书是该系列丛书之《数学同步强化检测》.数学是职教高考的必考科目之一,其知识点较多、难度较大,也是考生备考的重点和难点所在.本书在编写时紧扣考试大纲,紧密结合真题,内容充实,结构严谨,要点突出,指导性强,是广大考生进行考试复习和储备知识的重要参考资料.

本书具有以下鲜明特色:

1. 编写阵容强大,熟知学情考情

编写成员均系江苏省中等职业学校的骨干教师,他们始终工作在教学一线,熟悉考情和学生的备考情况,使本书具有极高的权威性.

2. 立足考纲,全面服务考生

本书是为参加江苏省职教高考的考生量身定做的复习用书.题型、试题难度等设计均参照了江苏省历年考试真题和最新考试大纲,从江苏省职教高考的特色出发,做到既能把握考试的命题特点,又能体现其发展趋势.

3. 具有针对性与实用性

本书配有参考答案及解析,详细、独到,由点及面,既方便考生核对正误,又可帮助考生查漏补缺,校正解题思路.考生掌握一道题的解法,就可以触类旁通,掌握一类题的解法,从而更加有效地学习.

4. 合理编排,设计科学

本书按照《数学总复习》设置题目.每章都配有与教材内容相对应的练习题,试题难度、知识点的考查都与江苏省职教高考的难度要求一致,可以很好地帮助考生把握考试

难度,掌握答题技巧,巩固所学知识,查漏补缺,提高应试能力.

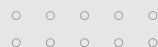
衷心希望本套考试复习丛书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位读者不吝指正.

最后,预祝广大考生取得好成绩!

编 者



Contents 目录



第一章 集合 1

- 第一节 集合的概念与集合之间的关系 1
- 第二节 集合的运算 3
- 第三节 充要条件 5
- 测试题 7

第二章 不等式 10

- 第一节 不等式的基本性质与区间 10
- 第二节 一元二次不等式及其应用 12
- 第三节 含绝对值的不等式 15
- 测试题 17

第三章 函数 20

- 第一节 函数的概念及其表示 20
- 第二节 函数的单调性 23
- 第三节 函数的奇偶性、周期性 26
- 第四节 函数的实际应用 28
- 测试题 30

第四章 指数函数与对数函数 33

- 第一节 实数指数幂和幂函数 33
- 第二节 指数函数 35
- 第三节 对数及其运算 38
- 第四节 对数函数 40
- 第五节 函数与方程 43
- 测试题 45

第五章 三角函数 48

第一节 角的概念推广与弧度制	48
第二节 任意角的三角函数	50
第三节 同角三角函数的基本关系式	52
第四节 诱导公式	54
第五节 和角公式与倍角公式	57
第六节 三角函数的图像与性质	59
第七节 正弦型函数的图像与性质	62
第八节 正弦定理和余弦定理	66
测试题	69

第六章 数列 72

第一节 数列的概念	72
第二节 等差数列	74
第三节 等比数列	76
第四节 数列的求和	79
第五节 等差数列与等比数列的应用	82
测试题	85

第七章 平面向量 88

第一节 平面向量的概念及线性运算	88
第二节 平面向量的坐标表示	91
第三节 平面向量的内积	94
测试题	97

第八章 复数及其应用 100

第一节 复数的概念及其代数运算	100
第二节 复数的几何意义及三角形式	102
测试题	105

第九章 解析几何 107

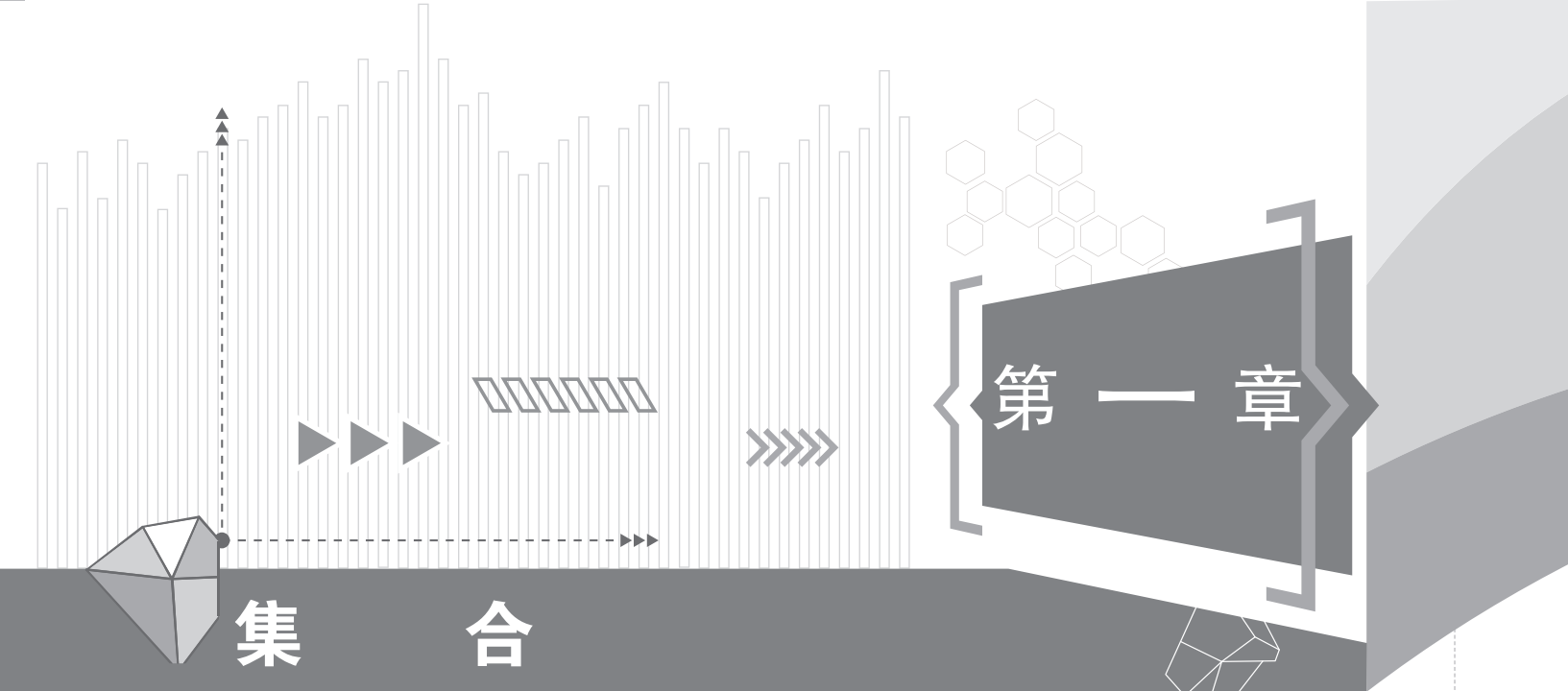
第一节 直线的方程	107
第二节 两条直线的位置关系	110
第三节 圆的方程	113
第四节 椭圆	116
第五节 双曲线	119
第六节 抛物线	122
第七节 直线与圆锥曲线的综合	125
测试题	128

第十章 立体几何 131

第一节 三视图	131
第二节 平面的基本性质	135
第三节 空间的平行关系	137
第四节 空间的垂直关系	140
第五节 柱、锥、球及其组合体	143
测试题	146

第十一章 概率与统计 150

第一节 计数原理	150
第二节 排列与组合	153
第三节 二项式定理	156
第四节 概率	158
第五节 统计	161
第六节 正态分布	164
测试题	166



第一节

集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

- 下列条件中能构成集合的是 ()
 A. 世界著名的数学家
 B. 在数轴上与原点非常近的点
 C. 所有的等腰三角形
 D. 全年级成绩优异的同学
- 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是 ()
 A. 2
 B. 3
 C. 4
 D. 5
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是 ()
 A. $\emptyset$
 B. $\{4, 6, 8\}$
 C. $\{3, 5, 7\}$
 D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 若集合 $M = \{3, 1, a-1\}$, $N = \{-2, a^2\}$, N 为 M 的子集, 则 a 的值是 ()
 A. -1
 B. 1
 C. 0
 D. 3
- 给出下面四个关系: ① $0 \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$; ③ $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$; ④ $\emptyset \subsetneq \{0\}$, 其中正确的个数为 ()
 A. 4
 B. 3
 C. 2
 D. 1
- 集合 $\{a, b, c, d\}$ 所有子集的个数是 ()
 A. 8
 B. 14
 C. 15
 D. 16
- 下列说法正确的有 ()
 ①空集没有子集;
 ②任何集合至少有两个子集;

③空集是任何集合的真子集;

④若 $\emptyset \subsetneq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

8. 满足条件 $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是

()

A. 3

B. 6

C. 7

D. 9

二、填空题

9. 方程 $x^2 + x - 6 = 0$ 的根的集合, 用描述法可表示为_____.

10. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) 1 _____ $\mathbf{N}_+$;

(2) -2 _____ $\mathbf{N}_+$;

(3) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}_+$;

(4) 5 _____ $\mathbf{Z}$;

(5) -6 _____ $\mathbf{Z}$;

(6) $\frac{5}{6}$ _____ $\mathbf{Z}$.

11. 集合 $\{-4, -2, 0, 2\}$ 的非空子集有_____个.

12. 已知集合 $A = \{x | -1 < x \leq 4\}$, 集合 $B = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 则集合 A, B 的关系是_____.

三、解答题

13. 下列集合中哪些是空集? 哪些是有限集? 哪些是无限集?

(1) $\{x \in \mathbf{R} | x^2 = 1\}$;

(2) $\{x \in \mathbf{R} | x > 1\}$;

(3) $\{(x, y) | y = 2x, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$;

(4) $\{x \in \mathbf{R} | |x| < 0\}$;

(5) $\{x \in \mathbf{R} | x^2 - x - 2 = 0\}$.

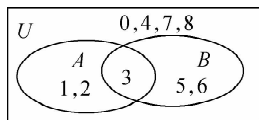
14. 已知集合 $A = \{x | (a^2 - 1)x^2 - 2x - 1 = 0\}$, 且集合 A 有且只有一个非空子集, 求实数 a 的值.

15. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 且 $B \subsetneq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

第二节 集合的运算

一、选择题

1. 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{2,4,5\}$, 则以下各项正确的是 ()
 A. $A \cap B = \{1,4\}$ B. $A \cup B = \{2,5,4\}$
 C. $\{1\} \in A$ D. $1 \in A$
2. 已知集合 $A=\{x \in \mathbf{Z} \mid |x| < 3\}$, $B=\{-2,0,1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{0,1\}$ B. $\{-1,0,1\}$
 C. $\{-2,0,1\}$ D. $\{-1,0,1,2\}$
3. 集合 $A=\{a,e\}$, $B=\{a,e,d,c\}$, $C=\{e,f\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ ()
 A. $\{a,e\}$ B. $\{a,e,d,f\}$
 C. $\{a,e,d,c\}$ D. $\{a,e,f\}$
4. 已知 $M=\{(x,y) \mid x+y=5\}$, $N=\{(x,y) \mid x-y=7\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $x=1, y=6$ B. $(-1,6)$
 C. $\{6,-1\}$ D. $\{(6,-1)\}$
5. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $A=\{1,2\}$, $B=\{5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$ ()
 A. $\{5\}$ B. $\{3,4,5\}$
 C. $\{3,4\}$ D. $\{1,2,5\}$
6. 设集合 $A=\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, 集合 $B=\{x \mid x \leq a\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值集合为 ()
 A. $\{a \mid a < 2\}$ B. $\{a \mid a \geq -1\}$
 C. $\{a \mid a < -1\}$ D. $\{a \mid -1 \leq a \leq 2\}$
7. 若集合 $A=\{-1,1\}$, $B=\{x \mid mx=1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为 ()
 A. 1 B. -1
 C. 1 或 -1 D. 1, -1 或 0
8. 已知三个集合 U, A, B 之间的关系如图所示, 则 $(\complement_U B) \cap A =$ ()



- A. $\{3\}$ B. $\{0,1,2,4,7,8\}$
 C. $\{1,2\}$ D. $\{1,2,3\}$

二、填空题

9. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,a\}$, $A\cup B=\{1,2,3,5\}$, 则 $a=\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 若集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{-1,1,2\}$, $C=\{0,1,3\}$, 则 $A\cap B\cap C=\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 设集合 $A=\{x|x>-1\}$, $B=\{x|-2<x<2\}$, 则 $A\cup B=\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2\geq 1\}$, 则 $\complement_U A=\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

13. 已知 $U=\{x\in\mathbf{N}_+ | x<6\}$, $A=\{1,3\}$, $B=\{2,4\}$, 求 $\complement_U(A\cap B)$, $\complement_U(A\cup B)$, $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$, $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

14. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|3\leq x<7\}$, $B=\{x|2<x<10\}$, 求 $\complement_U B$, $\complement_U(A\cup B)$ 及 $(\complement_U A)\cap B$.

15. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x<3 \text{ 或 } x\geq 7\}$, $B=\{x|x<a\}$. 若 $(\complement_U A)\cap B\neq\emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

第三节 充要条件

一、选择题

1. “ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. “ $x < -1$ 或 $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $p: |2x-3| < 2, q: (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 若 a 与 b 均为实数, 则“ $|a|=|b|$ ”是“ $a=b$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. “ $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ”是“ $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

9. “ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的_____条件.
10. “一个数是 2 的倍数”是“一个数是 4 的倍数”的_____条件.

11. “ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的_____条件.
 12. 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 则“ $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的_____条件.

三、解答题

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的什么条件?

14. 求 $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ 的充要条件.

15. 已知方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$, 求方程有两个大于 1 的实根的充要条件.

测 试 题

一、选择题

1. 下列关系中,正确的个数为 ()

① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\{\sqrt{3}\} \in \mathbf{Q}$; ③ $0 \in \mathbf{N}_+$; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | 3 < x < 5\}$
C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x < 5\}$

3. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有真子集的个数为 ()

A. 3 B. 6 C. 7 D. 8

4. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()

A. $\{4, 5, 6\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$ C. $\{4\}$ D. $\emptyset$

5. 全集 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, 集合 $A = \{1, 5, 8\}$, $B = \{2\}$, 则集合 $(\complement_U A) \cup B =$ ()

A. $\{0, 2, 3, 6\}$ B. $\{0, 3, 6\}$ C. $\{1, 2, 5, 8\}$ D. $\emptyset$

6. 下列三个命题中真命题的个数是 ()

① 所有的奇数组成的集合可表示为 $\{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{N}\}$;
② 集合 $A = \{x | x^2 + 1 = 0\}$ 只有 1 个真子集;
③ 若 $p: \sin \alpha = 1, q: \alpha = \frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 成立的充分不必要条件.

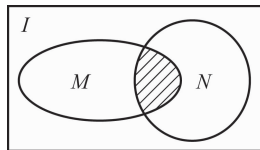
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 设 $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}$, $B = \{2a \leq x \leq a + 3\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[1, 3]$ B. $[3, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(1, 3)$

8. 集合 $M = \{x | x^2 < 4\}$ 与 $N = \{x | x \leq 1\}$ 都是集合 I 的子集, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()

A. $\{x | x \leq 1\}$
B. $\{x | x < 2\}$
C. $\{x | -2 < x < 2\}$
D. $\{x | -2 < x \leq 1\}$



9. 下列四个命题,其中错误的个数为 ()

- ①若 $x \in A$, 则 $x \in A \cap B$;
 ② $\{x \mid |x| + 3 = 0\} \cap A = \emptyset$;
 ③若集合 $A \cup B = \emptyset$, 则 $A = B = \emptyset$;
 ④若集合 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 中元素的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

11. “ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的_____条件.

12. 集合 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ _____.

13. 设集合 $A = \{0, a\}$, $B = \{-1, 5, 2\}$, 且 $A \cap B = \{2\}$, 那么 $A \cup B =$ _____.

14. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x - y = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x + y = 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

15. 设集合 $A = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $B = \{-1, 3\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 那么 $m =$ _____.

三、解答题

16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x \mid x \geq 3\}$, 求 $A \cap B, (\complement_U A) \cup B$.

17. 已知集合 $A = \{m^2, m + 1, -3\}$, $B = \{m - 3, 2m - 1, m^2 + 1\}$. 若 $A \cap B = \{-3\}$, 求 m 的值.

18. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 < 0\}$, $B = \{x \mid 1 < x < a\}$ (a 为常数).

(1) 若 $a = \frac{3}{2}$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知集合 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, x^2 + 1\}$. 若 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, 求 x 及 $A \cap B$.

20. 若集合 $A = \{x \mid ax^2 + 3x + 2 = 0\}$ 中最多有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

第二章

不等式

第一节 不等式的基本性质与区间

一、选择题

1. 若 $3a-1$ 不小于 $4a-6$, 那么实数 a 的取值范围是 ()
A. $\{a|a>5\}$ B. $\{a|a\geq 5\}$
C. $\{a|a<5\}$ D. $\{a|a\leq 5\}$
2. 已知 $x, y>0$ 且 $xy=36$, 则 $x+y$ 的最小值为 ()
A. $2\sqrt{2}$ B. 4
C. 6 D. 12
3. 设集合 $A=(0, +\infty)$, $B=(-1, 1)$, 则 $A\cap B=$ ()
A. $(0, 1)$ B. $(-1, +\infty)$
C. $(-1, 1)$ D. $(0, +\infty)$
4. 已知 $a+b>0, b<0$, 则 $a, b, -a, -b$ 的大小关系是 ()
A. $a>b>-b>-a$ B. $a>-b>-a>b$
C. $a>b>-a>-b$ D. $a>-b>b>-a$
5. 下面四个条件中, 使 $a>b$ 成立的条件是 ()
A. $a>b+1$ B. $a>b-1$

C. $a^2 > b^2$

D. $|a| > b$

6. 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{d}$ 与 $\frac{b}{c}$ 的关系是

()

A. $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

B. $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

C. $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

D. 无法确定

7. 给出以下四个命题:

①若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;②若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$;③若 $a > |b|$, 则 $a > b$;④若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$.

其中正确的是

()

A. ①②

B. ①③

C. ③④

D. ②④

8. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}, a > b$, 则下列不等式成立的是

()

A. $a^2 > b^2$

B. $ac > bc$

C. $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$

D. $a-c < b-c$

二、填空题

9. 若 $a > b > 0$, 则 $a(a+b)$ _____ a^2 . (填“>”“<”或“=”)

10. 集合 $A = \{x | 2x-3 > 7\}$, $B = \{x | x+2 < 9\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ _____.

11. 若 $x > 0, y > 0$ 且 $x+y=1$, 则 $\frac{4}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 _____.

12. 当 $m > 0, n > 0, m \neq n$ 时, $m^4 + n^4$ _____ $m^3n + mn^3$. (填“>”“<”或“=”)

三、解答题

13. 比较 $(x^2+2)^2$ 与 x^4+x^2+3 的大小.

14. 已知三个不等式: ① $ab > 0$; ② $-\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$; ③ $bc > ad$. 以其中两个作为条件, 余下一个作为结论, 可以组成多少个正确的命题?

第二节 一元二次不等式及其应用

一、选择题

- 下列各不等式中,是一元二次不等式的是 ()
 A. $\frac{1}{2}x+2y<1$ B. $x^2-4x+1<0$
 C. $x^2+3y-4\geq 0$ D. $(x-3)(x-2)\geq x^2$
- 一元二次不等式 $2x^2-3x+1\leq 0$ 的二次项系数和一次项系数分别是 ()
 A. 2 和 -3 B. 2 和 3
 C. 2 和 1 D. 2 和 -1
- 一元二次不等式 $x^2-4x<0$ 的解集是 ()
 A. $(0,4)$ B. $[0,4]$
 C. $(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$ D. $(-\infty,0)\cup[4,+\infty)$
- 一元二次不等式 $x^2-x-6\leq 0$ 的解集是 ()
 A. $[-2,3]$ B. $(-2,3)$
 C. $[-3,2]$ D. $(-3,2)$
- 一元二次不等式 $x^2-x+6\leq 0$ 的解集是 ()
 A. $\mathbf{R}$ B. $\emptyset$
 C. $[-2,3]$ D. $[-3,2]$
- 已知 $x\in\mathbf{R}$,若 $-x^2+ax-1\leq 0$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$ B. $[-2,2]$
 C. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ D. $(-2,2)$
- 一元二次不等式 $2x^2-3x+4<3x^2-x+1$ 的解集是 ()
 A. $(-3,1)$ B. $[-3,1]$
 C. $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$ D. $(-\infty,-3]\cup[1,+\infty)$
- 已知不等式 $ax^2+bx+1>0$ 的解集是 $(-\frac{1}{2},\frac{1}{3})$,则 $a+b$ 等于 ()
 A. -7 B. 7
 C. -5 D. 5

9. 已知一元二次不等式 $x^2 + bx + \frac{1}{4} \leq 0$ 的解集为 $\emptyset$, 则实数 b 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -1)$
C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

10. 某城市对一种每件售价为 160 元的商品征收附加税, 税率为 $R\%$ (即每销售 100 元征税 R 元), 若年销售量为 $(30 - \frac{5}{2}R)$ 万件, 要使附加税不少于 128 万元, 则 R 的取值范围是

()

- A. $[4, 8]$ B. $[6, 10]$
C. $[0.04, 0.08]$ D. $[0.06, 0.1]$

二、填空题

11. 一元二次不等式 $x^2 - 4 > 0$ 的解集是_____.

12. 一元二次不等式 $(3-x)(x-4) \leq 0$ 的解集是_____.

13. 一元二次不等式 $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$ 对一切实数 x 都成立, 则实数 k 的取值范围为_____.

14. 已知不等式 $mx^2 + 3x - 2 > 0$ 的解集为 $(1, n)$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

15. 用一段长为 30 m 的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园, 墙长 18 m, 要求菜园的面积不小于 216 m^2 , 靠墙的一边长为 $x \text{ m}$, 其中的不等关系可用不等式(组)表示为_____.

三、解答题

16. 求函数 $y = \sqrt{x^2 - x - 12}$ 的定义域.

17. 若关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + a = 0$ 无实数根, 求 a 的取值范围.

18. 已知一元二次不等式组 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0, \\ x^2 - x - 6 \geq 0, \end{cases}$ 求该不等式组的解集.

19. 已知一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-\frac{1}{3}, 2)$, 求不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集.

20. 把一块长为 80 mm、宽为 60 mm 的长方形铁皮的四个角各剪去一个边长相等的小正方形, 做成一个无盖铁盒. 求当底面积不小于 $1\,500\text{ mm}^2$ 时, 小正方形的边长的取值范围.

第三节 含绝对值的不等式

一、选择题

- 不等式 $|x| < 1$ 的解集为 ()
 A. $[-1, 1]$ B. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
 C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 不等式 $|x-3| < 1$ 的解集为 ()
 A. $(1, 3)$ B. $(2, 4)$
 C. $(1, 4)$ D. $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
- 不等式 $|1-2x| < 3$ 的解集为 ()
 A. $\{x|x < 2\}$ B. $\{x|x > -1\}$
 C. $\{x|-1 < x < 2\}$ D. $\{x|-2 < x < 4\}$
- 不等式 $|x+5| > 3$ 的解集为 ()
 A. $\{x|-2 < x < 2\}$ B. $\{x|-8 < x < 8\}$
 C. $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ D. $\{x|x < -8 \text{ 或 } x > -2\}$
- 绝对值大于 1 且不大于 6 的最小整数是 ()
 A. -2 B. 2 C. -6 D. 6
- 不等式 $|3x-4| < 2$ 的整数解的个数为 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x| > 1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 不等式 $1 \leq |2x-7| < 3$ 的解集为 ()
 A. $\{x|4 \leq x < 5\}$ B. $\{x|x \geq 4 \text{ 或 } x < 5\}$
 C. $\{x|2 < x \leq 3 \text{ 或 } 4 \leq x < 5\}$ D. $\{x|x < 2 \text{ 或 } x > 5\}$
- 实数 a, b 满足 $ab < 0$, 那么 $|a+b|$ 与 $|a-b|$ 的关系是 ()
 A. $|a+b| > |a-b|$ B. $|a+b| = |a-b|$
 C. $|a+b| < |a-b|$ D. 无法判断
- 设不等式 $|x-a| \leq b$ 的解集为 $\{x|2 \leq x \leq 4\}$, 则 a, b 的值为 ()
 A. $a = -3, b = 1$ B. $a = 3, b = -1$
 C. $a = 1, b = 3$ D. $a = 3, b = 1$

二、填空题

11. 不等式 $|4-2x|>0$ 的解集为_____.
12. 不等式 $|2x+1|>5$ 的解集为_____.
13. 不等式 $|x-2|<4$ 的解集为_____.
14. 不等式 $|x+3|>5$ 的解集是_____.
15. 不等式 $|x-4|+1<0$ 的解集是_____.

三、解答题

16. 解下列不等式.

(1) $|2x+1|\geq -1$;

(2) $|3x-1|\leq 5$.

17. 已知 $A=\{x \mid |2x-3|>1\}$, $B=\{x \mid |3x-2|\leq 4\}$, 求 $A\cap B, A\cup B$.

18. 求关于 x 的不等式 $|2x-1|<2m+1 (m\in\mathbf{R})$ 的解集.

测 试 题

一、选择题

- 下列命题正确的是 ()
 - 若 $a > b$, 则 $ac > bc$
 - 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
 - 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$
 - 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$
- 如果 $b > a > 0$, 那么 ()
 - $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$
 - $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 - $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$
 - $-b > -a$
- 不等式组 $\begin{cases} -x+2 < x-6, \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $\{x | x > 4\}$, 那么 m 的取值范围是 ()
 - $\{m | m \geq 4\}$
 - $\{m | m \leq 4\}$
 - $\{m | m < 4\}$
 - $\{m | m = 4\}$
- 设不等式 $\left|x - \frac{1}{2}\right| < a$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则 a 等于 ()
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{2}$
- “ $|x+1| > 2$ ”是“ $|x| > 1$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- “ $ab > 0$ ”是“ $a > 0, b > 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 无法确定
- 不等式 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 对任意的实数 x 都成立, 则 k 的取值范围为 ()
 - $\{k | 0 < k < 4\}$
 - $\{k | k < 0 \text{ 或 } k > 4\}$
 - $\{k | 0 \leq k < 4\}$
 - $\{k | k \leq 0 \text{ 或 } k > 4\}$
- 设 a, b 都是正实数, 则 $\left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{4a}{b}\right)$ 的最小值是 ()
 - 4
 - 8
 - 7
 - 9

9. 不等式 $x(2-x) > 3$ 的解集是 ()

- A. $\{x | -1 < x < 3\}$ B. $\{x | -3 < x < 1\}$
C. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ D. $\emptyset$

10. 某商家一月至五月累计销售额达 3 860 万元, 预测六月销售额为 500 万元, 七月销售额比六月递增 $x\%$, 八月销售额比七月递增 $x\%$, 九、十月销售总额与七、八月销售总额相等. 若一月至十月销售总额至少达 7 000 万元, 则 x 的最小值是 ()

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

二、填空题

11. 不等式 $-x^2 + 2x \geq 4x + 1$ 的解集是_____.

12. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | 3x + 2 > 0\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} | (x + 1)(x - 3) < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

13. 某杂志以每册 12 元的价格可发行 12 万册, 设定价每提高(降低)1 元, 发行量减少(增加)4 万册. 若要使总收入不低于 200 万元, 则该杂志的最高定价是_____.

14. 设集合 $A = \{x | |x| \leq 3\}$, $B = \{x | |3 - x| < 1\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

15. 若不等式 $|x - a| < b$ 的解集是 $(-2, 8)$, 则 a, b 的值分别是_____.

三、解答题

16. 解不等式: $(1 - 3x)^2 + (2x - 1)^2 > 13(x - 1)(x + 1)$.

17. 已知集合 $A = \{x | |x - a| \leq 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x+2}{x-3} > 0\right\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

18. 若一元二次不等式 $ax^2+bx+1\geq 0(a\neq 0)$ 的解集为 $[-2,4]$, 求 a, b 的值.

19. 已知 $f(x)=-3x^2+a(6-a)x+6$.

(1) 解关于 a 的不等式 $f(1)>0$;

(2) 若不等式 $f(x)>b$ 的解集为 $(-1,3)$, 求实数 a, b 的值.

(赠册)

数学同步强化检测 参考答案及解析

目 录

第一章 集合	1
第二章 不等式	3
第三章 函数	7
第四章 指数函数与对数函数	12
第五章 三角函数	17
第六章 数列	26
第七章 平面向量	34
第八章 复数及其应用	38
第九章 解析几何	41
第十章 立体几何	54
第十一章 概率与统计	60

第一章 集 合

第一节 集合的概念与集合之间的关系

一、选择题

1. C 解析:选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰,不能构成集合.
2. B 解析:把四个选项中的值代入,根据集合中元素的互异性可知选 B.
3. C 解析:本题考查集合的两种表示方法.
4. A 解析:根据题意可知 $a-1=-2$,解得 $a=-1$,然后代入 a^2 中得 $N=\{-2,1\}$,符合.故选 A.
5. B 解析:②错误,其余三个正确.故选 B.
6. D 解析:元素个数为 n 的集合的子集的个数是 2^n .
7. A 解析:本题考查空集的性质.
8. C 解析:根据题意可知集合 M 为包含元素 1,2 的 $\{1,2,3,4,5\}$ 的多于 2 个元素的子集,故其个数为 $2^3-1=7$. 故选 C.

二、填空题

9. $\{x|x^2+x-6=0\}$
10. (1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\notin$; (4) $\in$; (5) $\in$; (6) $\notin$
11. 15 解析:元素个数为 n 的集合的非空子集的个数为 2^n-1 ,代入计算得 15.

12. $B \subsetneq A$

三、解答题

13. 【参考答案】(1)(5)为有限集,(2)(3)为无限集,(4)为空集.

14. 【参考答案】由题意可知集合 A 只有 1 个元素.

当 $a^2-1=0$,即 $a=\pm 1$ 时, $A=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$,满足题意;

当 $a^2-1 \neq 0$ 时,要使方程 $(a^2-1)x^2-2x-1=0$ 有唯一的实根,需令 $(-2)^2-4(a^2-1) \times (-1)=0$,解得 $a=0$,此时 $A=\{-1\}$,满足题意.

综上所述,满足条件的 a 的值有 $-1,0,1$.

15. 【参考答案】 $A=\{x|x^2-4x+3=0\}=\{1,3\}$.

因为 $B \subsetneq A$,

所以 B 为 $\emptyset$ 或 $\{1\}$ 或 $\{3\}$.

当 B 为 $\emptyset$ 时, $a=0$;

当 B 为 $\{1\}$ 时, $-\frac{2}{a}=1$,即 $a=-2$;

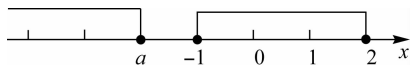
当 B 为 $\{3\}$ 时, $-\frac{2}{a}=3$,即 $a=-\frac{2}{3}$.

综上所述,实数 a 的值组成的集合为 $\left\{-2,-\frac{2}{3},0\right\}$.

第二节 集合的运算

一、选择题

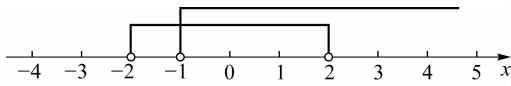
1. D 解析: $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{1,2,4,5\}$,排除选项 A、选项 B. 集合与集合之间的关系为包含与被包含,所以选项 C 也错. 故选 D.
2. C 解析: $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 3\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-2, 0, 1\} = \{-2, 0, 1\}$. 故选 C.
3. D 解析: $A \cap B = \{a, e\}$, $(A \cap B) \cup C = \{a, e, f\}$. 故选 D.
4. D 解析: $M \cap N = \{(6, -1)\}$. 故选 D.
5. B 解析:因为 $\complement_U A = \{3, 4, 5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{3, 4, 5\}$.
6. C 解析:如图,要使 $A \cap B = \emptyset$, 应有 $a < -1$.



7. D 解析:当 $m=0$ 时, $B=\emptyset$, 满足 $A \cup B=A$; 当 $m \neq 0$ 时, $B=\left\{\frac{1}{m}\right\}$, 而 $A \cup B=A$, 所以 $\frac{1}{m}=1$ 或 -1 , 解得 $m=1$ 或 $m=-1$. 故 $m=1, -1$ 或 0 .
8. C 解析:由 Venn 图可知 $U=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,5,6\}$, 所以 $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2\}$. 故选 C.

二、填空题

9. 5 解析:因为 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$, $5 \notin A$, 所以 $5 \in B$, 所以 $a=5$.
10. $\{1\}$
11. $\{x|x>-2\}$ 解析:根据题意,作出数轴表示 A, B .



由图可得 $A \cup B = \{x|x>-2\}$.

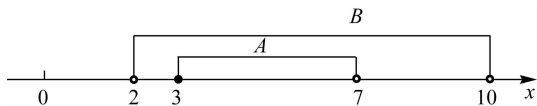
12. $(-1, 1)$

三、解答题

13. 【参考答案】因为 $U=\{1,2,3,4,5\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \{1,2,3,4\}$, 故 $\complement_U (A \cap B) = \{1,2,3,4,5\}$, $\complement_U (A \cup B) = \{5\}$. 又因为 $\complement_U A = \{2,4,5\}$, $\complement_U B = \{1,3,5\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \{1,2,3,4,5\}$.

5}, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5\}$.

14. 【参考答案】把集合 A, B 在数轴上表示如下.



由图可知 $\complement_U B = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$, $A \cup B = \{x | 2 < x < 10\}$,

$\complement_U A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$,

所以 $\complement_U (A \cup B) = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$,

$(\complement_U A) \cap B = \{x | 2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$.

15. 【参考答案】因为 $A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$,

所以 $\complement_U A = \{x | 3 \leq x < 7\}$.

又 $(\complement_U A) \cap B \neq \emptyset$, 所以 $a > 3$, 即实数 a 的取值范围为 $\{a | a > 3\}$.

第三节 充要条件

一、选择题

1. A 解析: 方程 $x^2 = 4$ 的解为 $x = -2$ 和 $x = 2$, 所以“ $x = 2$ ”是“ $x^2 = 4$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

2. C 解析: $(x-2)(x+1) > 0 \Leftrightarrow x < -1 \text{ 或 } x > 2$, 所以“ $x < -1 \text{ 或 } x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的充要条件. 故选 C.

3. B 解析: 因为 $p: |2x-3| < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$, $q: (x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件. 故选 B.

4. B

5. B 解析: 由 $ac^2 > bc^2$ 得 $a > b$. 当 $c = 0$ 时, $a > b$ 不能推出 $ac^2 > bc^2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

6. A

7. B 解析: $\sin A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ \text{ 或 } 150^\circ$, 所以“ $\sin A = \frac{1}{2}$ ”是“ $A = 30^\circ$ ”的必要不充分条件. 故选 B.

8. B 解析: 如果 a, b, c 成等比数列, 那么 $b^2 = ac$. 相反, 如果 $b = a = 0$, 那么 $b^2 = ac$, 但 a, b, c 不是等比数列. 因此, “ $ac = b^2$ ”是“ a, b, c 成等比数列”的必要不充分条件. 故选 B.

二、填空题

9. 充分不必要 解析: 可通过画集合的 Venn 图得到“ $x \in A \cap B$ ”是“ $x \in A \cup B$ ”的充分不必要条件.

10. 必要不充分 解析: 一个数是 4 的倍数就一定不是 2

的倍数. 相反, 一个数是 2 的倍数却不一定是 4 的倍数. 因此, “一个数是 2 的倍数”是“一个数是 4 的倍数”的必要不充分条件.

11. 必要不充分 解析: 由 $x^2 - x - 2 < 0$ 解得 $-1 < x < 2$. 小范围能推出大范围, 但大范围推不出小范围, 所以“ $x < 2$ ”是“ $x^2 - x - 2 < 0$ ”的必要不充分条件.

12. 充要 解析: 因为 $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0 \text{ 且 } n \neq 0$, 所以“ $m \neq 0 \text{ 且 } n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件.

三、解答题

13. 【参考答案】解不等式 $x^3 \geq 8$ 可得 $x \geq 2$; 解不等式 $x^2 \geq 4$ 可得 $x \geq 2$ 或 $x \leq -2$.

因此, “ $x^3 \geq 8$ ”是“ $x^2 \geq 4$ ”的充分不必要条件.

14. 【参考答案】 $x^2 - 5x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 6$.

故“ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ ”的充要条件为“ $-1 \leq x \leq 6$ ”.

15. 【参考答案】令 $f(x) = x^2 + (2k-1)x + k^2$, 若方程 $f(x) = 0$ 有两个大于 1 的实根, 则 $f(x)$ 的图像与 x 轴的两个交点横坐标都位于 $(1, +\infty)$ 之内, 可列不

$$\text{等式组} \begin{cases} \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 > 0, \\ -\frac{2k-1}{2} > 1, \\ f(1) = 1^2 + 2k - 1 + k^2 > 0, \end{cases} \quad \text{解得 } k < -2.$$

故方程有两个大于 1 的实根的充要条件为 $k < -2$.

测试题

一、选择题

1. B 解析: ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbf{R}$ 正确; ② 集合之间不能用“ $\in$ ”, 故错误; ③ $0 \in \mathbf{N}_+$ 错误; ④ $\{-5\} \subseteq \mathbf{Z}$ 正确. 故选 B.

2. D 解析: 因为 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 所以利用数轴可知 $M \cap N = \{x | -3 < x < 5\}$. 故选 D.

3. C 解析: 若一个集合含有 $n (n \neq 0)$ 个元素, 则其真子集的个数为 $2^n - 1$. 故选 C.

4. B 解析: 因为 $A = \{1, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 4, 5, 6\}$. 故选 B.

5. A 解析: 因为 $U = \{0, 1, 3, 5, 6, 8\}$, $A = \{1, 5, 8\}$, 所以 $\complement_U A = \{0, 3, 6\}$. 又因为 $B = \{2\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{0, 2, 3, 6\}$. 故选 A.

6. A 解析: ① 奇数集表示为 $\{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 故①错误.

② 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的解集是空集, 空集没有真子集, 故②错误.

③当 $\sin \alpha = 1$ 时, $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 但当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, $\sin \alpha = 1$, 故 p 是 q 成立的必要不充分条件, 故③错误.

7. C 解析: 因为 $B \subseteq A$, 所以 $2a > a+3$ 或 $\begin{cases} 2a \leq a+3, \\ 2a \geq 2, \\ a+3 \leq 6, \end{cases}$

解得 $a > 3$ 或 $1 \leq a \leq 3$.

综合可得 $a \geq 1$. 故选 C.

8. D 解析: 图中阴影部分表示集合 M, N 的交集.

因为集合 $M = \{x | x^2 < 4\} = \{x | -2 < x < 2\}$, $N = \{x | x \leq 1\}$, 所以 $M \cap N = \{x | -2 < x \leq 1\}$. 故选 D.

9. B 解析: ① x 属于 A , 但 x 不一定属于 B , 故错误; ② $\{x | |x| + 3 = 0\} = \emptyset$, 故成立; ③由 $A \cup B = \emptyset$, 则 $A \subseteq \emptyset, B \subseteq \emptyset$, 从而 $A = B = \emptyset$, 故成立; ④ $A = \{\text{矩形}\}, B = \{\text{菱形}\}$, 则 $A \cap B = \{\text{正方形}\} \neq \emptyset$, 故错误. 综上, 四个命题中, 错误的有 2 个.

10. B 解析: 因为 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\} = \{2, 4\}$, 所以 $A \cup B = \{1, 2, 4\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{3, 5\}$. 故选 B.

二、填空题

11. 充分不必要 解析: “ $a > 4$ ”能推出“ $a > 1$ ”, 但“ $a > 1$ ”推不出“ $a > 4$ ”, 所以“ $a > 4$ ”是“ $a > 1$ ”的充分不必要条件.

12. $[1, 3]$ 解析: 因为集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x | x \geq 1\}$, 所以 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$.

13. $\{-1, 0, 2, 5\}$ 解析: 因为 $A \cap B = \{2\}$, 所以集合 A 中 $a = 2$, 所以 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 5\}$.

14. $\{(2, 1)\}$ 解析: 根据题意可列方程组 $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 3, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1, \end{cases}$ 所以 $A \cap B = \{(2, 1)\}$.

15. -1 或 4 解析: 因为 $A \cap B = \{3\}$, 所以 $m^2 - 3m - 1 = 3$, 解得 $m = -1$ 或 4.

三、解答题

16. 【参考答案】 $A = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x \geq 3\}$, 利用数轴得 $A \cap B = \{x | 3 \leq x < 4\}$, $\complement_U A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 所以 $(\complement_U A) \cup B = \{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

17. 【参考答案】当 $m - 3 = -3$, 即 $m = 0$ 时, $A = \{0, 1, -3\}$, $B = \{-3, -1, 1\}$, $A \cap B = \{-3, 1\}$, 不符合题意;

当 $2m - 1 = -3$, 即 $m = -1$ 时, $A = \{1, 0, -3\}$, $B = \{-4, -3, 2\}$, $A \cap B = \{-3\}$, 符合题意.

故 $m = -1$.

18. 【参考答案】(1) $A = \{x | x^2 - 3x + 2 < 0\} = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \left\{x \left| 1 < x < \frac{3}{2} \right.\right\}$, 故 $A \cap B = \left\{x \left| 1 < x < \frac{3}{2} \right.\right\}$.

(2) 当 $a \leq 1$ 时, $B = \emptyset$, 此时 $B \subseteq A$ 成立; 当 $a > 1$ 时, 因为 $B \subseteq A$, 所以 $1 < a \leq 2$. 故实数 a 的取值范围为 $(-\infty, 2]$.

19. 【参考答案】由题意可知 $x^2 + 1 = 3$ 或 $x^2 + 1 = 5$.

若 $x^2 + 1 = 3$, 则 $x = \pm\sqrt{2}$;

若 $x^2 + 1 = 5$, 则 $x = \pm 2$.

综上所述, $x = \pm\sqrt{2}$ 或 $x = \pm 2$.

当 $x = \pm 2$ 时, $B = \{1, 2, 5\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 5\}$;

当 $x = \pm\sqrt{2}$ 时, $B = \{1, 2, 3\}$, 此时 $A \cap B = \{1, 3\}$.

20. 【参考答案】分两种情况:

当 $a = 0$ 时, 集合 $A = \left\{-\frac{2}{3}\right\}$, 符合题意.

当 $a \neq 0$ 时, 要使集合 A 中最多含有一个元素, 需令判别式 $\Delta = 9 - 8a \leq 0$, 即 $a \geq \frac{9}{8}$.

综上所述, a 的取值范围为 $\left\{a \left| a = 0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8} \right.\right\}$.

第二章 不等式

第一节 不等式的基本性质与区间

一、选择题

1. D

2. D

3. A

4. D 解析: 因为 $a + b > 0, b < 0$, 所以 $a > 0, -a < 0, -b > 0$, 且 $a > -b, b > -a$, 于是 $a > -b > b > -a$. 故选 D.

5. A 解析: 若 $a > b + 1$, 则 $a > b + 1 > b$. 故选 A.

6. B 解析: 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \frac{a}{c} < \frac{a}{d}$, 所以 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$. 故选 B.

7. C 解析: 虽然 $a > b$, 但是正负值不确定, 所以①②错误. 故选 C.

8. C 解析: 因为 $a > b, c^2 + 1 \geq 1$, 所以 $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$. 故选 C.

二、填空题

9. > 解析: 因为 $a > b > 0$, 所以 $a(a+b) - a^2 = a^2 + ab - a^2 = ab > 0$, 即得 $a(a+b) > a^2$.

10. $(-\infty, 5]$ 解析: 根据题意解得集合 $A = \{x | x > 5\}$, $B = \{x | x < 7\}$, $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x | x \leq 5\}$, 所以 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B = (-\infty, 5]$.

11. 9 解析: 由题, $\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \left(\frac{4}{x} + \frac{1}{y}\right)(x+y) = 5 + \frac{4y}{x} + \frac{x}{y} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{4y}{x} \cdot \frac{x}{y}} = 9$, 当且仅当 $\frac{4y}{x} = \frac{x}{y}$, 即 $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}$ 时等号成立.

12. > 解析: 因为 $m^4 + n^4 - (m^3n + mn^3) = (m-n) \cdot (m^3 - n^3) = (m-n)^2 \cdot (m^2 + mn + n^2) > 0$, 所以 $m^4 + n^4 > m^3n + mn^3$.

三、解答题

13. 【参考答案】因为 $(x^2 + 2)^2 - (x^4 + x^2 + 3) = (x^4 + 4x^2 + 4) - (x^4 + x^2 + 3) = 3x^2 + 1 > 0$, 所以 $(x^2 + 2)^2 > x^4 + x^2 + 3$.

14. 【参考答案】若 ①② 成立, 则 $ab \cdot \left(-\frac{c}{a}\right) < ab \cdot \left(-\frac{d}{b}\right)$, 即 $-bc < -ad$, 从而 $bc > ad$, ③ 成立;

若 ①③ 成立, 则 $\frac{bc}{ab} > \frac{ad}{ab}$, 即 $\frac{c}{a} > \frac{d}{b}$, 从而 $-\frac{c}{a} < -\frac{d}{b}$, ② 成立;

若 ②③ 成立, 则由 ② 得 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 即 $\frac{bc - ad}{ab} > 0$.

因为 $bc > ad$, 所以 $ab > 0$, ① 成立.

综上所述, 可以组成 3 个正确的命题.

第二节 一元二次不等式及其应用

一、选择题

1. B

2. A 解析: $ax^2 + bx + c \leq 0$, a 称为二次项系数, b 称为一次项系数, c 称为常数项.

3. A 解析: $x^2 - 4x < 0$ 可化为 $x(x-4) < 0$, 解得 $0 < x < 4$.

4. A 解析: $x^2 - x - 6 \leq 0$ 可化为 $(x+2)(x-3) \leq 0$, 解得 $-2 \leq x \leq 3$.

5. B 解析: 采用图像法解该不等式, 其对应函数的图像开口向上, $\Delta < 0$, 函数图像在 x 轴上方, 没有函数值小于零的部分, 所以为空集.

6. B 解析: 由 $-x^2 + ax - 1 \leq 0$ 可得 $x^2 - ax + 1 \geq 0$,

由题意可知, 不等式 $x^2 - ax + 1 \geq 0$ 对任意的 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则 $\Delta = a^2 - 4 \leq 0$, 解得 $-2 \leq a \leq 2$. 故选 B.

7. C 解析: 不等式移项得 $x^2 + 2x - 3 > 0$, 即 $(x-1)(x+3) > 0$, 解得 $x > 1$ 或 $x < -3$.

8. A 解析: $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的两根为 $-\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$, 采用韦达定理(根与系数的关系)可得 $a = -6, b = -1$, 所以 $a + b = -7$.

9. C 解析: 因为一元二次函数 $y = x^2 + bx + \frac{1}{4}$ 的图像开口向上, 所以要使不等式的解集为空集, 需令 $\Delta = b^2 - 1 < 0$, 解得 $-1 < b < 1$.

10. A 解析: 根据题意, 要使附加税不少于 128 万元, 则 $\left(30 - \frac{5}{2}R\right) \times 160 \times R\% \geq 128$,

整理得 $R^2 - 12R + 32 \leq 0$,

解得 $4 \leq R \leq 8$.

所以 R 的取值范围是 $[4, 8]$.

故选 A.

二、填空题

11. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ 解析: $x^2 - 4 > 0$ 可化为 $(x-2)(x+2) > 0$, 解得 $x > 2$ 或 $x < -2$.

12. $(-\infty, 3] \cup [4, +\infty)$ 解析: $(3-x)(x-4) \leq 0$ 可化为 $(x-3)(x-4) \geq 0$, 解得 $x \geq 4$ 或 $x \leq 3$.

13. $(-3, 0)$ 解析: 由不等式 $2kx^2 + kx - \frac{3}{8} < 0$ 对一

切实数都成立, 可得 $\begin{cases} k \neq 0, \\ 2k < 0, \\ k^2 - 4 \times 2k \times \left(-\frac{3}{8}\right) < 0, \end{cases}$ 即 $-3 < k < 0$.

14. $-1, 2$ 解析: 易知方程 $mx^2 + 3x - 2 = 0$ 的两根分别为 1 和 n , 采用韦达定理(根与系数的关系)解得 $m = -1, n = 2$.

15. $\begin{cases} 0 < x \leq 18, \\ x \cdot \left(15 - \frac{x}{2}\right) \geq 216 \end{cases}$ 解析: 矩形菜园靠墙的一边

长为 x m, 则另一边长为 $\frac{30-x}{2}$ m, 即 $\left(15 - \frac{1}{2}x\right)$ m.

根据已知得 $\begin{cases} 0 < x \leq 18, \\ x \cdot \left(15 - \frac{x}{2}\right) \geq 216. \end{cases}$

三、解答题

16. 【参考答案】要使函数 $y = \sqrt{x^2 - x - 12}$ 有意义, 必须满足的条件是 $x^2 - x - 12 \geq 0$, 即 $(x+3)(x-4) \geq 0$, 解得

$$x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 4.$$

所以函数 $y = \sqrt{x^2 - x - 12}$ 的定义域为 $(-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$.

17. 【参考答案】(1) 当 $a=0$ 时, 解得 $x=0$, 有实数根, 不成立.

(2) 当 $a \neq 0$ 时, 方程 $ax^2 + 2x + a = 0$ 无实数根必须满足 $\Delta < 0$, 即 $4 - 4a^2 < 0$, 解得 $a < -1$ 或 $a > 1$.

所以 a 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

18. 【参考答案】 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 < 0, \\ x^2 - x - 6 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+1)(x-4) < 0, \\ (x+2)(x-3) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} -1 < x < 4, \\ x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow 3 \leq x < 4.$$

所以该不等式组的解集为 $\{x | 3 \leq x < 4\}$.

19. 【参考答案】因为 $(-\frac{1}{3}, 2)$ 是不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集,

所以 $-\frac{1}{3}$ 和 2 为一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根, 并且 $a < 0$. 于是由根与系数的关系可得:

$$\begin{cases} -\frac{1}{3} + 2 = -\frac{b}{a}, \\ (-\frac{1}{3}) \times 2 = \frac{c}{a}, \end{cases}$$

$$\text{把 } b \text{ 与 } c \text{ 都用 } a \text{ 来表示可得 } \begin{cases} b = -\frac{5}{3}a, \\ c = -\frac{2}{3}a. \end{cases}$$

代入 $cx^2 + bx + a < 0$ 可得 $-\frac{2}{3}ax^2 + (-\frac{5}{3}a)x + a < 0$, 化简得 $-2ax^2 - 5ax + 3a < 0$.

由于 $a < 0$, 所以 $-a > 0$, 从而两边同时乘 $-\frac{1}{a}$ 可得不等式 $2x^2 + 5x - 3 < 0$.

$$\text{解得 } -3 < x < \frac{1}{2}.$$

所以不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -3 < x < \frac{1}{2}\right\}$.

20. 【参考答案】设小正方形的边长为 x mm, 则 $(80 - 2x)(60 - 2x) \geq 1\,500$, 即 $x^2 - 70x + 15 \times 55 \geq 0$, 解得 $x \geq 55$ 或 $x \leq 15$.

因为 $60 - 2x > 0$, $80 - 2x > 0$, $x > 0$, 解得 $0 < x < 30$, 所以 $0 < x \leq 15$.

故当底面积不小于 $1\,500 \text{ mm}^2$ 时, 小正方形的边长不超过 15 mm .

第三节 含绝对值的不等式

一、选择题

1. C 解析: $|x| < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$. 故选 C.
 2. B 解析: $|x-3| < 1 \Leftrightarrow -1 < x-3 < 1$, 解得 $2 < x < 4$. 故选 B.
 3. C 解析: $|1-2x| < 3 \Leftrightarrow -3 < 1-2x < 3$, 解得 $-1 < x < 2$. 故选 C.
 4. D 解析: $|x+5| > 3 \Leftrightarrow x+5 > 3$ 或 $x+5 < -3$, 解得 $x > -2$ 或 $x < -8$. 故选 D.
 5. C 解析: 根据题意可得 $1 < |x| \leq 6 \Leftrightarrow -6 \leq x < -1$ 或 $1 < x \leq 6$. 其中最小整数为 -6 . 故选 C.
 6. B 解析: $|3x-4| < 2 \Leftrightarrow -2 < 3x-4 < 2$, 解得 $\frac{2}{3} < x < 2$, 故整数解只有 1. 故选 B.
 7. C
 8. C 解析: $1 \leq |2x-7| < 3 \Leftrightarrow -3 < 2x-7 \leq -1$ 或 $1 \leq 2x-7 < 3$. 解得 $2 < x \leq 3$ 或 $4 \leq x < 5$. 故选 C.
 9. C 解析: 因为 $ab < 0$, 所以 a, b 异号, 从而 $|a+b| < |a-b|$. 故选 C.
 10. D 解析: $|x-a| \leq b \Leftrightarrow \{x | a-b \leq x \leq a+b\}$. 已知不等式 $|x-a| \leq b$ 的解集为 $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$, 所以 $\begin{cases} a-b=2, \\ a+b=4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=3, \\ b=1. \end{cases}$ 故选 D.

二、填空题

11. $\{x \in \mathbf{R} | x \neq 2\}$ 解析: $|4-2x| > 0$, 所以 $4-2x \neq 0$, 即 $x \neq 2$.
 12. $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ 解析: $|2x+1| > 5 \Leftrightarrow 2x+1 > 5$ 或 $2x+1 < -5$, 解得 $x > 2$ 或 $x < -3$.
 13. $(-2, 6)$ 解析: $|x-2| < 4 \Leftrightarrow -4 < x-2 < 4$, 解得 $-2 < x < 6$.
 14. $(-\infty, -8) \cup (2, +\infty)$ 解析: $|x+3| > 5 \Leftrightarrow x+3 > 5$ 或 $x+3 < -5$, 解得 $x > 2$ 或 $x < -8$.
 15. $\emptyset$ 解析: 因为 $|x-4| \geq 0$, 所以 $|x-4| + 1 > 0$. 故不等式 $|x-4| + 1 < 0$ 的解集为空集.

三、解答题

16. 【参考答案】(1) 根据绝对值的性质可知 $|2x+1| \geq 0$, 故原不等式的解集为 $\mathbf{R}$.
 (2) $|3x-1| \leq 5 \Leftrightarrow -5 \leq 3x-1 \leq 5$, 解得 $-\frac{4}{3} \leq x \leq 2$, 故原不等式的解集为 $\left[-\frac{4}{3}, 2\right]$.

17. 【参考答案】 $A = \{x | |2x-3| > 1\} = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < 1\}$

$$x < 1\}, B = \{x \mid |3x - 2| \leq 4\} = \left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq 2\right\}.$$

$$\text{所以 } A \cap B = \left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x < 1\right\}, A \cup B = \mathbf{R}.$$

18. 【参考答案】分两种情况讨论:

(1) 若 $2m + 1 \leq 0$, 即 $m \leq -\frac{1}{2}$, 则 $|2x - 1| < 2m + 1$ 恒不成立, 此时原不等式的解集为 $\emptyset$.

(2) 若 $2m + 1 > 0$, 即 $m > -\frac{1}{2}$, 则 $|2x - 1| < 2m + 1$
 $1 \Leftrightarrow -(2m + 1) < 2x - 1 < 2m + 1$, 解得 $-m < x < m + 1$,
 即不等式的解集为 $(-m, m + 1)$.

测试题

一、选择题

1. B 解析: 采用取特殊值法, 可知选项 B 正确.
2. C 解析: 采用取特殊值法, 可知选项 C 正确.
3. B 解析: 由 $-x + 2 < x - 6$ 得 $x > 4$. 根据不等式“同大取大, 同小取小”的性质, 可知 m 的取值范围是 $\{m \mid m \leq 4\}$.
4. D 解析: 由 $\left|x - \frac{1}{2}\right| < a$ 得 $\frac{1}{2} - a < x < \frac{1}{2} + a$, 所以 $\frac{1}{2} - a = -1$, 且 $\frac{1}{2} + a = 2$, 解得 $a = \frac{3}{2}$.
5. A 解析: 由 $|x + 1| > 2$ 得 $x > 1$ 或 $x < -3$; 由 $|x| > 1$ 得 $x > 1$ 或 $x < -1$. 小范围能推出大范围, 大范围不能推出小范围. 故选 A.
6. B 解析: 由 $ab > 0$ 得 $a > 0, b > 0$ 或 $a < 0, b < 0$. 小范围能推出大范围, 大范围不能推出小范围. 故选 B.
7. C 解析: 当 $k = 0$ 时, $kx^2 - kx + 1 = 1$, 恒大于 0; 当 $k \neq 0$ 时, 要使 $kx^2 - kx + 1 > 0$ 恒成立, 需令 $k > 0$, 且 $\Delta = (-k)^2 - 4k < 0$, 解得 $0 < k < 4$. 综上所述, k 的取值范围为 $\{k \mid 0 < k < 4\}$. 故选 C.
8. D 解析: $\because a, b$ 都是正实数, $\therefore \left(1 + \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{4a}{b}\right) = 5 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}} = 9$, 当且仅当 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 即 $b = 2a$, a, b 为正数时等号成立, 故最小值为 9. 故选 D.
9. D 解析: $x(2 - x) > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 < 0$. 因为 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8 < 0$, 所以不等式 $x(2 - x) > 3$ 的解集是 $\emptyset$. 故选 D.
10. B 解析: 由题意得, $3\,860 + 500 + [500(1 + x\%) + 500(1 + x\%)^2] \times 2 \geq 7\,000$, 化简得 $(x\%)^2 + 3 \cdot$

$x\% - 0.64 \geq 0$, 解得 $x\% \geq 0.2$ 或 $x\% \leq -3.2$ (舍去), 所以 $x \geq 20$, 即 x 的最小值为 20.

二、填空题

11. $\{x \mid x = -1\}$ 解析: 原不等式可化为 $x^2 + 2x + 1 \leq 0$, 即 $(x + 1)^2 \leq 0$, 解得 $x = -1$, 所以解集是 $\{x \mid x = -1\}$.
12. $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$ 解析: 因为 $A = \left\{x \in \mathbf{R} \mid x > -\frac{2}{3}\right\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 < x < 3\}$, 所以 $A \cap B = \left\{x \in \mathbf{R} \mid -\frac{2}{3} < x < 3\right\}$.
13. 10 元 解析: 设杂志的定价为 x 元. 根据题意得 $x\left(120\,000 - \frac{x - 12}{1} \times 40\,000\right) = -40\,000x^2 + 600\,000x \geq 2\,000\,000$, 解得 $5 \leq x \leq 10$, 所以该杂志的最高定价是 10 元.
14. $[-3, 4)$ 解析: 因为集合 $A = \{x \mid |x| \leq 3\} = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \{x \mid |3 - x| < 1\} = \{x \mid 2 < x < 4\}$, 所以 $A \cup B = [-3, 4)$.
15. 3, 5 解析: 解不等式 $|x - a| < b$ 得 $a - b < x < a + b$, 因为其解集是 $(-2, 8)$, 所以 $a - b = -2$, $a + b = 8$, 解得 $a = 3, b = 5$.

三、解答题

16. 【参考答案】展开原不等式得 $9x^2 - 6x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 > 13x^2 - 13$, 即 $-10x > -15$, 解得 $x < \frac{3}{2}$, 所以原不等式的解集为 $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$.
17. 【参考答案】 $A = \{x \mid |x - a| \leq 1\} = \{x \mid a - 1 \leq x \leq a + 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x + 2}{x - 3} > 0\right\} = \{x \mid (x + 2)(x - 3) > 0\} = \{x \mid x > 3 \text{ 或 } x < -2\}$.
 因为 $A \cap B = \emptyset$, 所以 $\begin{cases} a - 1 \geq -2, \\ a + 1 \leq 3, \end{cases}$ 解得 $-1 \leq a \leq 2$.
 所以实数 a 的取值范围是 $[-1, 2]$.
18. 【参考答案】因为 $ax^2 + bx + 1 \geq 0 (a \neq 0)$ 的解集为 $[-2, 4]$.
 所以 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 的两根分别为 $x_1 = -2, x_2 = 4$.
 由根与系数的关系可知 $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2, \\ x_1 x_2 = \frac{1}{a} = -8, \end{cases}$
 解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{8}, \\ b = \frac{1}{4}. \end{cases}$

19. 【参考答案】(1) 因为 $f(x) = -3x^2 + a(6-a)x + 6$, 所以 $f(1) = -3 + a(6-a) + 6 = -a^2 + 6a + 3$, 从而不等式 $f(1) > 0$ 可化为 $a^2 - 6a - 3 < 0$, 解得 $3 - 2\sqrt{3} < a < 3 + 2\sqrt{3}$.

所以原不等式的解集为 $\{a | 3 - 2\sqrt{3} < a < 3 + 2\sqrt{3}\}$.

(2) 因为 $f(x) > b$ 的解集为 $(-1, 3)$, 所以方程 $-3x^2 + a(6-a)x + 6 - b = 0$ 的两根为 $-1, 3$.

$$\text{于是} \begin{cases} -1+3=\frac{a(6-a)}{3}, \\ -1\times 3=-\frac{6-b}{3}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=3\pm\sqrt{3}, \\ b=-3. \end{cases}$$

第三章 函 数

第一节 函数的概念及其表示

一、选择题

1. A 解析: $f(3) = \sqrt{3+1} = 2$. 故选 A.
2. C 解析: 函数 $f(x) = x$ 与选项 A, D 对应法则不同, 与选项 B 定义域不同. 故选 C.
3. A
4. C 解析: $f(x-1) = (x-1)^2 - (x-1) + 2 = x^2 - 3x + 4$. 故选 C.
5. D 解析: 由 $\begin{cases} 1-x \geq 0, \\ x \geq 0 \end{cases}$ 得 $0 \leq x \leq 1$, 所以函数的定义域为 $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$. 故选 D.
6. C 解析: 选项 A, $y = \sqrt{x}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$; 选项 B, $y = \frac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; 选项 C, $y = x^2 - 2x - 1$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$; 选项 D, $y = x^0$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. 故选 C.
7. D 解析: 欲使函数 $f(x)$ 有意义, 须有 $\begin{cases} x-1 \neq 0, \\ 2+x \geq 0, \end{cases}$ 解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$, 所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 1) \cup (1, +\infty)$. 故选 D.
8. D 解析: 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ 有意义, 则 $\sqrt{x-2} \neq 0$ 且 $x-2 \geq 0$, 解得 $x > 2$. 故选 D.
9. B
10. B

二、填空题

11. $4x^2 - x$ 12. $\mathbf{R}; \mathbf{R}$ 13. $\frac{9}{5}$ 14. $\pi r^2; [0, +\infty); 5\pi$
15. 3

三、解答题

16. 【参考答案】(1) $\mathbf{R}$; (2) $[-1, 1]$; (3) $(1, +\infty)$,
(4) $[-\frac{1}{2}, 1]$.

17. 【参考答案】(1) 设 $g(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$,

$\because g(1) = 1, g(-1) = 5$, 且图像过原点,

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=1, \\ a-b+c=5, \\ c=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=3, \\ b=-2, \\ c=0, \end{cases}$$

$\therefore g(x) = 3x^2 - 2x$.

(2) 设 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$,

则 $f(x+1) - 2f(x-1) = kx + k + b - 2kx + 2k - 2b = -kx + 3k - b$,

即 $-kx + 3k - b = 2x + 3$ 不论 x 为何值都成立,

$$\therefore \begin{cases} k=-2, \\ 3k-b=3, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-2, \\ b=-9, \end{cases} \therefore f(x) = -2x - 9.$$

18. 【参考答案】(1) $f(\sqrt{x}+1) = x + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x}+1)^2 - 1$,
所以 $f(x) = x^2 - 1 (x \geq 1)$.

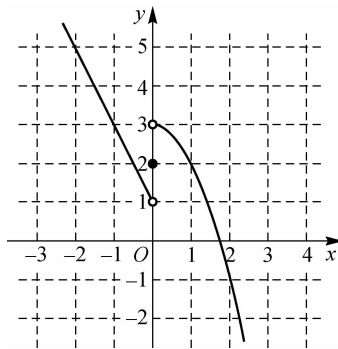
(2) 由 $y = f(x)$ 是一次函数, 设 $f(x) = kx + b$, $k \neq 0$,

则 $f[f(x)] = k(kx + b) + b = k^2x + kb + b = 4x + 3$,

则 $k^2 = 4, kb + b = 3$, 解得 $k = 2, b = 1$ 或 $k = -2, b = -3$,

所以 $f(x) = 2x + 1$ 或 $f(x) = -2x - 3$.

19. 【参考答案】(1) 函数 $f(x)$ 的图像如下图所示:



(2) $f(f(3)) = f(3-3^2) = f(-6) = 1 - 2 \times (-6) = 13$, $f(a^2 + 1) = 3 - (a^2 + 1)^2 = -a^4 - 2a^2 + 2$.

(3) 当 $x > 0$ 时, $f(x) \geq 2 \Rightarrow 3 - x^2 \geq 2 \Rightarrow -1 \leq$