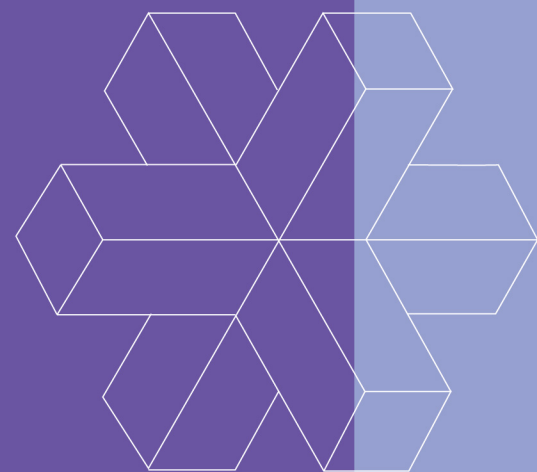




高等数学——应用案例实践教学 同步训练

高等数学——应用案例实践教学同步训练

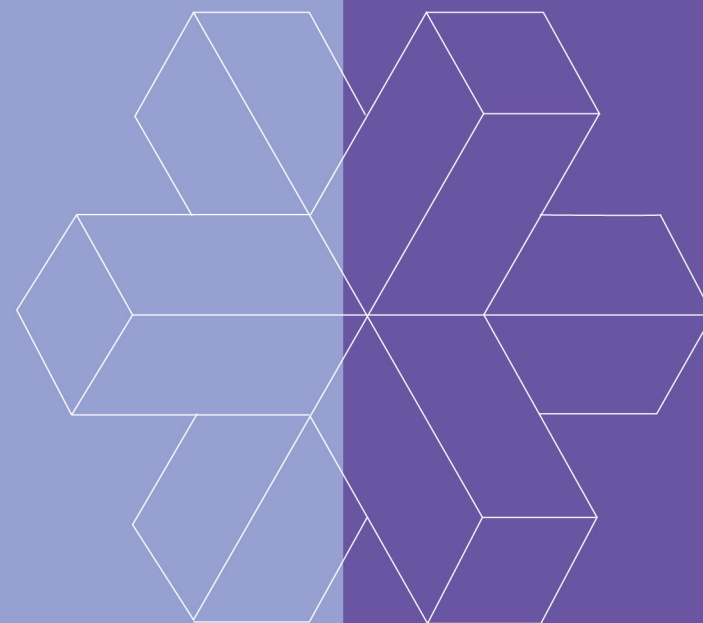
主编 唐晓玲 宿 昱

定价：28.00 元



教育科学出版社
ESPH

出版人：郑豪杰
责任编辑：王玉栋
封面设计：刘文东



主编 唐晓玲 宿 昱

高等数学——应用案例实践教学 同步训练

教育科学出版社
ESPH Educational Science Publishing House



主 编 唐晓玲 宿 昱
副主编 文秋利
参 编 邵伟如 李桂亭
宋爱荣 杨 玲
王志英

高等数学——应用案例实践教程 同步训练

教育科学出版社
· 北 京 ·

出 版 人 郑豪杰
责任编辑 王玉栋
版式设计 杨玲玲
责任校对 张晓雯
责任印制 叶小峰

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学：应用案例实践教程同步训练 / 唐晓玲，
宿昱主编. — 北京：教育科学出版社，2023. 8
ISBN 978-7-5191-3544-7

I. ①高… II. ①唐… ②宿… III. ①高等数学—高
等职业教育—教学参考资料 IV. ①O13

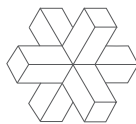
中国国家版本馆 CIP 数据核字 (2023) 第 145447 号

高等数学——应用案例实践教程同步训练

GAODENG SHUXUE——YINGYONG ANLI SHIJIAN JIAOCHENG TONGBU XUNLIAN

出 版 发 行	教育科学出版社		
社 址	北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号	邮 编	100101
总编室电话	010-64981290	编辑部电话	010-64981329
出版部电话	010-64989487	市场部电话	010-64989009
传 真	010-64891796	网 址	http://www.esph.com.cn
经 销	各地新华书店		
印 刷	三河市龙大印装有限公司		
制 作	华腾教育排版中心		
开 本	787 毫米×1 092 毫米 1/16	版 次	2023 年 8 月第 1 版
印 张	8	印 次	2023 年 8 月第 1 次印刷
字 数	165 千	定 价	28.00 元

图书出现印装质量问题，本社负责调换。



本书依据现阶段我国教育改革的需要,在充分总结高等职业院校一线教师教学经验的基础上编写而成.

本书根据《高等数学——应用案例实践教程》的章节设置进行编写,共分为八章,内容包括函数、极限和连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分,常微分方程,多元函数微积分,线性代数.本书既可作为高等职业院校各专业高等数学课程的练习用书,也可作为相关人员的学习资料.

本书在编写过程中,充分考虑了高等职业教育的特点,每节配有练习题,每章配有检测题.练习题和检测题难度合理,可以很好地帮助学生巩固所学知识,查漏补缺,培养学生运用数学思维方式解决实际问题的能力.

本书由北京交通运输职业学院唐晓玲、宿昱任主编,由北京交通运输职业学院文秋利任副主编,北京交通运输职业学院邵伟如、李桂亭、宋爱荣、杨玲、王志英参与编写.在编写本书的过程中,编者参考了一些教材及资料,在此向相关作者表示诚挚的谢意!

由于编者水平有限,书中难免存在疏漏和不足之处,敬请广大读者批评指正.

编 者



1

第一章 函数、极限和连续

- 1/ 第一节 函数
- 4/ 第二节 极限的概念
- 7/ 第三节 极限运算法则
- 9/ 第四节 两个重要极限
- 11/ 第五节 无穷小与无穷大
- 13/ 第六节 函数的连续性
- 15/ 第一章检测题

19

第二章 导数与微分

- 19/ 第一节 导数的概念
- 21/ 第二节 导数的运算
- 24/ 第三节 高阶导数
- 25/ 第四节 函数的微分
- 28/ 第二章检测题

31

第三章 导数的应用

- 31/ 第一节 微分中值定理
- 33/ 第二节 洛必达法则
- 35/ 第三节 函数的单调性与极值
- 38/ 第四节 函数的最大值与最小值
- 40/ 第五节 曲线的凹凸性与拐点
- 41/ 第六节 微分法作图
- 43/ 第三章检测题



47

第四章 不定积分

47/ 第一节 不定积分的概念

49/ 第二节 直接积分法

51/ 第三节 换元积分法

54/ 第四节 分部积分法

56/ 第四章检测题

60

第五章 定积分

60/ 第一节 定积分的概念

62/ 第二节 微积分基本公式

64/ 第三节 定积分的换元积分法
与分部积分法

66/ 第四节 定积分的应用

68/ 第五章检测题

72

第六章 常微分方程

72/ 第一节 微分方程的概念

73/ 第二节 一阶微分方程

75/ 第三节 可降阶的二阶微分方程

77/ 第四节 二阶常系数线性微分方程

79/ 第五节 微分方程的应用

81/ 第六章检测题



84

第七章 多元函数微积分

- 84/ 第一节 空间解析几何简介
- 86/ 第二节 多元函数的基本概念
 - 88/ 第三节 偏导数
 - 90/ 第四节 全微分
- 91/ 第五节 多元函数的求导法则
- 94/ 第六节 多元函数的极值及求法
 - 96/ 第七节 二重积分
 - 99/ 第七章检测题

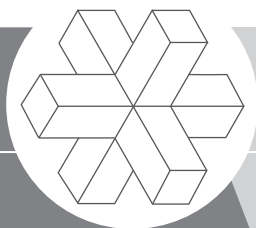
104

第八章 线性代数

- 104/ 第一节 行列式
- 107/ 第二节 矩阵
- 110/ 第三节 矩阵的初等变换
与矩阵的秩
- 113/ 第四节 线性方程组
- 116/ 第八章检测题

第一章

函数、极限和连续



第一节 函 数

一、填空题

- 全体函数值的集合 $\{y | y=f(x), x \in D\}$, 称为函数 $y=f(x)$ 的_____.
- 在自变量的不同变化范围内, 对应法则用不同解析式表示的函数叫作_____.
- 对于函数 $y=f(x)$, 如果存在正数 T , 使_____恒成立, 则称函数 $y=f(x)$ 为周期函数.
- 设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 如果存在一个正数 M , 对于所有的 $x \in (a, b)$, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内_____.

二、选择题

- 函数 $f(x)=\ln(x-3)$ 的定义域是().
A. $[3, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$
C. $(-\infty, 3)$ D. $(-\infty, 3]$
- 设 $f(x)=\frac{x}{1-x}$, 则 $f(x+1)=()$.
A. $f(x+1)=\frac{x-1}{-x}$ B. $f(x+1)=\frac{x+1}{-x}$
C. $f(x+1)=\frac{x-1}{x}$ D. $f(x+1)=\frac{x+1}{x}$
- 下列函数为偶函数的是().
A. $y=\cos x$ B. $y=\ln x$
C. $y=\sin x$ D. $y=x+x^2$
- 下列函数在定义域内不是单调函数的是().
A. $y=2x-1$ B. $y=x^2$
C. $y=\log_2 x$ D. $y=2^x$



5. 下列函数中不是周期函数的是().

A. $y = \sin(3x+1)$

B. $y = \cos 2x$

C. $y = \tan x$

D. $y = x$

6. 下列函数在定义区间上是无界函数的是().

A. $y = \arcsin x, x \in [-1, 1]$

B. $y = \cos x, x \in \mathbf{R}$

C. $y = \frac{1}{x}, x \in (0, 1)$

D. $y = x^3, x \in [-1, 2)$

三、解答题

1. 判断下列各组函数是否相同,并说明理由.

(1) $y = \sin x, y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$;

(2) $y = \ln x^3, y = 3 \ln x$.

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0, \\ e^x, & x \geq 0. \end{cases}$

(1) 求函数的定义域;

(2) 求 $f(0), f(-2)$;

(3) 作出函数的图像.



3. 求函数 $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ 的反函数.

4. 把下列各题中的 y 表示为 x 的函数, 并且指明函数的定义域.

(1) $y = 2^u, u = 3x$;

(2) $y = \ln u, u = -x$.

5. 指出下列复合函数是由哪些简单函数复合而成的.

(1) $y = (2x-5)^4$;

(2) $y = \sqrt{\ln(\sin x + 2^x)}$;

(3) $y = 2^{\cot \frac{1}{x}}$;

(4) $y = \tan^3 2x$.



四、应用拓展题

设列车从甲站出发,以 0.5 km/min^2 匀加速前进,2 min 后,开始匀速行驶,再经过 7 min,以 0.5 km/min^2 匀减速到达乙站停车. 试将列车在这段时间内行驶的路程 $s(\text{km})$ 表示为时间 $t(\text{min})$ 的函数.



第二节 极限的概念

一、填空题

1. 若数列 $\{a_n\}$ 存在极限,则称数列 $\{a_n\}$ 为_____数列;若数列 $\{a_n\}$ 没有极限,则称数列 $\{a_n\}$ 为_____数列.
2. 当 $|x|$ 无限增大,即 $x \rightarrow \infty$ 时,函数 $f(x)$ 无限地趋近于_____,那么就称 $f(x)$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时存在极限 A .
3. 当 x 无限趋近于 x_0 时,函数 $f(x)$ 无限趋近于一个确定的常数 A ,那么就称当_____时 $f(x)$ 存在极限 A ;数 A 就称为当 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的_____.
4. 一般地,设 C 为常数,则 $\lim_{x \rightarrow x_0} C = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 当 x 从点 x_0 的左侧($x < x_0$)无限趋近于 x_0 时,函数 $f(x)$ 无限趋近于一个确定的常数 A ,那么数 A 就叫作函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的_____. 当 x 从点 x_0 的右侧($x > x_0$)无限趋近于 x_0 时,函数 $f(x)$ 无限趋近于一个确定的常数 A ,那么数 A 就叫作函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的_____.
7. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处极限存在的充要条件是 $f(x)$ 在点 x_0 处的左极限和右极限_____.



3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x+1, & x > 0, \end{cases}$ 讨论当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数的极限是否存在.

4. 已知函数 $f(x) = \frac{|x|}{x}$, 讨论当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数的极限是否存在.

四、应用拓展题

某市 2022 年年末的调查资料显示, 到 2022 年年末, 该市已积攒废弃物 100 万吨. 经预测, 该市从 2023 年起还将以 5 万吨的速度产生新的废弃物. 如果从 2023 年起该市每年处理上一年堆积废弃物的 20%, 按照这样的方式依次循环, 该市的废弃物是否能被全部处理完?



第三节 极限运算法则

一、填空题

如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$, 则有

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \underline{\hspace{2cm}};$

2. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \underline{\hspace{2cm}};$

3. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \underline{\hspace{2cm}};$

4. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \underline{\hspace{2cm}};$

5. $\lim_{x \rightarrow x_0} C f(x) = \underline{\hspace{2cm}};$

6. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)]^n = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题

1. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = A$, 则下列关系式中()非恒成立.

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = 2A$

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = A^2$

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1.$

2. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$, 则下列关系式中()成立.

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) + g(x)] = \infty$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

三、计算题

求下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + 2x - 7);$

(2) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x};$



$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x - 3};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15};$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x}{3x^4 - x + 1};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^2 - x}{x^4 - 2x - 1};$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 3}{2x^2 + 1}.$$

四、应用拓展题

自从人类发明了语言,人类便在实现相互交流的同时,与谣言结下了不解之缘.在传播学中有一个规律:在一定情况下,谣言的传播符合函数关系 $P(x) = \frac{1}{1 + ae^{-kt}}$,其中 $P(x)$ 是 t 时刻人群中知道此谣言的人数比例, a 与 k 都是正数.随着社会的发展,不仅谣言的种类越来越多,制造者和传播者的队伍也不断扩大,而且谣言的传播方式也日益多样,传播速度越来越快.科学地应对谣言传播是解决问题的关键,那么谣言是否真的能传播吗?随着时间的推移,听信谣言的人群会有怎样的变化?



第四节 两个重要极限

一、填空题

默写两个重要极限的公式:

- (1) _____;
 (2) _____或_____.

二、选择题

1. 下列各式正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x = 0$ C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 0$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} = (\quad)$.

A. 1 B. 0 C. 2 D. ∞

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x} = (\quad)$.

A. $e^{\frac{1}{3}}$ B. e^3 C. 1 D. e

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^2 = (\quad)$.

A. e^2 B. e^3 C. 1 D. e^6

三、计算题

1. 计算下列极限.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan kx}{x}$.



2. 计算下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x;$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{2}{x}};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3-x}{2-x}\right)^x.$$

四、应用拓展题

我国某医院 2010 年 5 月 20 日进口一台彩色超声波诊断仪, 贷款 20 万美元, 以复利计息, 年利率 4%, 2019 年 5 月 20 日到期一次还本付息, 试确定贷款到期时的还款总额.

- (1) 若一年计息 2 期;
- (2) 若按连续复利计息.



第五节 无穷小与无穷大

一、填空题

1. 有限个无穷小的代数和是_____.
2. 有界函数与无穷小的乘积是_____.
3. 常数和无穷小的乘积是_____.
4. 有限个无穷小的乘积是_____.
5. 在自变量的同一变化过程中, 如果 $f(x)$ 为无穷大, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 为_____; 反之, 如果 $f(x)$ 为无穷小, 且 $f(x) \neq 0$, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 为_____.
6. 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x) = 0$, 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$, 则称 $x \rightarrow x_0$ 时 $\alpha(x)$ 是比 $\beta(x)$ _____ 的无穷小; 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = C \neq 0$, 则称 $x \rightarrow x_0$ 时 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是_____无穷小; 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$, 则称 $x \rightarrow x_0$ 时 $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是_____无穷小.

二、选择题

1. 下列说法正确的是().
 A. 非常小的数是无穷小
 B. 零是无穷小
 C. 无穷小就是 0
 D. 无穷大是很大的数
2. 下列说法正确的是().
 A. 两个无穷大的和一定是无穷大
 B. 两个无穷小的商是无穷小
 C. 无穷小与任意一个常数的乘积是无穷小
 D. 无穷大与任意一个常数的乘积是无穷大

三、解答题

1. 指出在下列条件下, 哪些函数是无穷小, 哪些函数是无穷大.
 (1) $x \rightarrow -\infty, y = x^3$; (2) $x \rightarrow 0, y = 1 - \cos x$;



$$(3) x \rightarrow 0^+, y = \ln x;$$

$$(4) x \rightarrow 0^+, y = 2^{\frac{1}{x}} - 1.$$

2. 计算下列极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^3-1};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{\sin 2x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx}.$$

四、应用拓展题

(洗涤效果分析)洗衣机的洗衣过程为以下几次循环:加水—漂洗—脱水. 假设洗衣机每次加水量(单位:L)为 C , 衣物的污物质量(单位:kg)为 A , 衣物脱水后的含水量(单位:kg)为 m , 问:经过 n 次循环后,衣物的污物浓度为多少(污物浓度为污物的质量与水量之比)? 能否彻底地清除污物?(提示:洗涤 1 次后污物的浓度为 $\rho_1 = \frac{A}{C}$, 洗涤 2 次后污物的浓度为

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 m}{C+m}, \text{ 洗涤 } n \text{ 次后污物的浓度为 } \rho_n = \frac{\rho_{n-1} m}{C+m}.)$$



第六节 函数的连续性

一、填空题

1. 若函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处及其附近有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, 则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处_____.
2. 如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不连续, 则称 $f(x)$ 在点 x_0 处_____, 并称点 x_0 为 $f(x)$ 的_____.
3. 设 x_0 为 $f(x)$ 的间断点, 若函数在点 x_0 处的左、右极限都存在, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的_____间断点; 而凡不属于此类的间断点都称为_____间断点.
4. 在第一类间断点中, 如果函数的左、右极限存在但不相等, 这种间断点又称为_____间断点; 如果函数的左、右极限存在且相等(极限存在), 但函数在该点处没有定义, 或者函数在该点处有定义但函数值不等于极限值, 这种间断点又称为_____间断点.
5. 基本初等函数在其定义域内都是_____的.
6. 连续函数经过有限次的四则运算和复合后, 得到的函数仍然是_____的.
7. 一切初等函数在定义区间内都是_____的, 初等函数的连续区间就是其_____区间, 初等函数在其定义区间内点 x_0 处的极限值就是其_____.
8. 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上必有_____值和_____值.
9. 闭区间上的连续函数, 在该区间上必_____.
10. 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, $f(a) \neq f(b)$, 且常数 μ 介于 $f(a)$ 与 $f(b)$ 之间, 则至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得_____成立.
11. 闭区间上的连续函数必能取得它的最大值与最小值之间的_____值.
12. 若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(a)$ 与 $f(b)$ 异号, 则至少存在一点 $\xi \in (a, b)$, 使得_____.

二、选择题

1. 设 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有定义, 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处极限存在是函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的().
 A. 充分条件
 B. 充分且必要条件
 C. 必要条件
 D. 非充分也非必要条件
2. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则().
 A. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值必存在且等于极限值



- B. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值必存在,但不一定等于极限值
- C. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值可以不存在
- D. 如果 $f(x_0)$ 存在,必等于极限值

三、解答题

1. 设 $y=x^2-2x+5$, 求当 x 由 2 变到 3 和由 2 变到 1 时函数的增量.

2. 讨论函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x \neq 0, \\ 3, & x=0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处的连续性.

3. 求函数 $y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的间断点,并指出其类型.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases} a+x, & x < 0, \\ e^x, & x \geq 0, \end{cases}$ 且函数在点 $x=0$ 处连续,求 a 的值.



5. 证明方程 $x^5 - 3x + 1 = 0$ 在 1 和 2 之间至少存在一个实根.

四、应用拓展题

(电势函数)分布于 y 轴上一点电荷的电势 φ 由以下公式定义:

$$\varphi = \begin{cases} 2\pi\sigma(\sqrt{y^2+a^2}-y), & y < 0, \\ 2\pi\sigma(\sqrt{y^2+a^2}+y), & y \geq 0. \end{cases}$$

其中 σ 和 a 都是正的常数. 问 φ 在点 $y=0$ 处连续吗?



第一章检测题

一、选择题

1. 下列函数与 $y=x$ 有相同图形的函数是().

A. $y = \sqrt{x^2}$

B. $y = \frac{x^2}{x}$

C. $y = a \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

D. $y = \log_a a^x$

2. 已知函数 $\varphi = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f[f(1)]$ 的值是().

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 1



3. 下列函数既是奇函数又是单调增加函数的是().

A. $y = \cos x$

B. $y = x + x^3$

C. $y = x^3 + 1$

D. $y = \ln x$

4. 数列 $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \dots$ ().

A. 以 0 为极限

B. 以 1 为极限

C. 以 $\frac{n-2}{n}$ 为极限

D. 不存在极限

5. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限存在, 则().

A. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值必存在且等于极限值

B. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值必存在, 但不一定等于极限值

C. $f(x)$ 在点 x_0 处的函数值可以不存在

D. 如果 $f(x_0)$ 存在, 必等于极限值

6. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = ()$.

A. 1

B. -1

C. 2

D. 0

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 9}{5x^2 + 2x - 1} = ()$.

A. 1

B. $\frac{4}{5}$

C. 0

D. ∞

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x} = ()$.

A. e^{-2}

B. ∞

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

9. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数为 x 的高阶无穷小的是().

A. $1 - \cos x$

B. $x + x^2$

C. $\sin x$

D. $\sqrt{x}$

10. 函数 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处连续是 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在的().

A. 充分条件

B. 充分且必要条件

C. 必要条件

D. 非充分也非必要条件

二、填空题

1. 函数 $f(x) = \ln(5-x)$ 的定义域为_____.

2. 函数 $y = \tan(2x+1)$ 的复合过程是_____.

3. 函数 $f(x) = x \cos x$ 的奇偶性为_____.

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{1}{x^2}\right) =$ _____.



5. 函数 $e^{\frac{1}{x}}$ 当 $x \rightarrow 0^+$ 时为_____ (无穷小或无穷大).

三、判断题

1. 函数 $y = \sin 4x + \sqrt{x}$ 是初等函数. ()

2. 函数 $f(x) = 2^x$ 在定义域内是减函数. ()

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$. ()

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$. ()

5. 对于函数 $y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$, $x = 1$ 为其可去间断点. ()

四、解答题

1. 求极限.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^x;$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}.$$

$$2. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & -\infty < x < 0, \\ (1-x)^2, & 0 \leq x < +\infty, \end{cases} \text{ 求 } \lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$



3. 试确定常数 a , 使得函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ a + x^2, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续.

4. 验证方程 $x \cdot 2^x = 1$ 至少有一个小于 1 的根.

五、应用拓展题

假定你打算在银行存入一笔资金, 你期望这笔投资 10 年后的价值为 12 000 元. 如果银行以年利率 9%、每年支付复利四次的方式付息, 你应该投资多少元?