

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 王晓军
责任编辑 胡思佳
封面设计 张瑞阳

陕西省 普通高等学校职业教育
单独招生考试

语 文 · 数 学 · 英 语

复习一本通 立足最新考纲,详解考点

专题训练卷 搭配“一本通”,巩固练习

考前冲刺卷 模拟考试情境,练兵热身

决胜巅峰卷 提炼高频考点,最后决胜



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-32320-0



定价:36.00元

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试

数学决胜巅峰卷

华腾新思职教高考研究中心 编



上海交通大学出版社

华腾新思

陕西省

普通高等学校职业教育单独招生考试

数学决胜巅峰卷

华腾新思职教高考研究中心 编

阵容强大 编者均系资深教研员和重点中等职业学校骨干教师

内容全面 涵盖陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试所有知识点

最后练兵 考前仿真练兵,直击常考易考知识点,助力通关



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

赠册 参考答案及解析

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试

数学决胜巅峰卷

赠册 参考答案及解析

华腾新思职教高考研究中心 编

内容提要

《陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学决胜巅峰卷》是为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生量身定做的复习用书,每套试卷的知识点的选取紧密结合教学内容,试题类型、试题难度等的设计均参照了历年考试真题和最新考试说明,依托教材,衔接真题,紧抓重点,精准训练.本书设置了15套数学决胜巅峰卷,数学决胜巅峰卷的题型与真题高度一致,知识点覆盖全面,难度与分值设置合理.考生可以利用本书模拟考试情景,更好地把握考情,学习必备的应试技巧,提高应试能力.

本书既可以作为参加陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考生复习用书,也可作为相关学校学生的学习资料.

图书在版编目(CIP)数据

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学决胜巅峰卷 / 华腾新思职教高考研究中心编. -- 上海: 上海交通大学出版社, 2025. 4. -- ISBN 978-7-313-32320-0
I. G634. 603
中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025NR8055 号

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试数学决胜巅峰卷
SHAANXI SHENG PUTONG GAODENG XUEXIAO ZHIYE JIAOYU DANDU ZHAOSHENG KAOSHI SHUXUE JUESHENG DIANFENG JUAN
华腾新思职教高考研究中心 编
出版发行: 上海交通大学出版社
地址: 上海市番禺路 951 号
邮政编码: 200030
电话: 021-64071208
印制: 三河市龙大印装有限公司
经销: 全国新华书店
开本: 787 mm×1 092 mm 1/8
印张: 7.75
字数: 208 千字
版次: 2025 年 4 月第 1 版
印次: 2025 年 4 月第 1 次印刷
书号: ISBN 978-7-313-32320-0
定价: 36.00 元

版权所有 侵权必究
告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系
联系电话: 0316-3655788



前 言

通过多年的探索与实践,陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试越来越规范有序.从考试内容和考试形式上来看,参加单独招生考试的考生将面临更大的挑战,多数考生被如何在短期内熟悉考试形式、了解考试内容、把握考试重难点、弥补“短板”所困扰,急需通过高效的学习来快速提升应试能力,在考试中脱颖而出.

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试脉络,我们特组织具有丰富教学经验的一线教师,根据数学科目的考试大纲要求,深入研究近几年陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的命题情况,针对命题中出现的最新变化,精心编写了本书,供考生在复习过程中使用.

本书以教育部发布的《中等职业学校数学课程标准》为基本编写依据,在突出素质培养的同时,尤其重视对陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试的考试特点和考试趋势的把握.书中的每一套试卷,从题型、题量到分值设置、考点选取等,都力争与考试真题保持高度一致,确保考生有的放矢、练有所得.

本书适合考生在进行基础知识的学习之后,在考前 1—3 个月这个时间段作为考前练兵、全真模拟的复习材料使用.

以下是对本书使用方法的一些建议:

(1)限时完成.尽量按照考试规定的时间,在相对封闭的环境中一次性完成整份试卷的作答,以提前熟悉考场上的答题节奏,最大限度地模拟考试.

(2)遵循答题原则.作答试卷时,遵循先易后难、先小题后大题、先熟题后生题等原则,以保证基础分为主,确保会做的题不丢分,不留遗憾.

(3)及时复盘.作答完一套试卷后,充分利用本书的“参考答案及解析”赠册核对答案、计算成绩,并根据其所提供的解析深入理解考点,查漏补缺、举一反三.

衷心希望本书能为广大考生的复习备考带来实质性的帮助.对书中的不足之处,敬请各位师生不吝指正.

最后,预祝广大考生在即将到来的考试中取得好成绩!

编 者

目 录

决胜巅峰卷(一)	共 8 页
决胜巅峰卷(二)	共 8 页
决胜巅峰卷(三)	共 8 页
决胜巅峰卷(四)	共 8 页
决胜巅峰卷(五)	共 8 页
决胜巅峰卷(六)	共 8 页
决胜巅峰卷(七)	共 8 页
决胜巅峰卷(八)	共 8 页
决胜巅峰卷(九)	共 8 页
决胜巅峰卷(十)	共 8 页
决胜巅峰卷(十一)	共 8 页
决胜巅峰卷(十二)	共 8 页
决胜巅峰卷(十三)	共 8 页
决胜巅峰卷(十四)	共 8 页
决胜巅峰卷(十五)	共 8 页

决胜巅峰卷(一)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 设集合 $A = \{x | x \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ ().
A. $\{-1, 0\}$ B. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 下列函数中在定义域内为减函数的是().
A. $f(x) = \tan x$ B. $f(x) = x^3 - x$
C. $f(x) = \ln x$ D. $f(x) = -\sqrt{x}$
3. 不等式 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ 的解集是().
A. $[-1, 3]$ B. $[-3, 1]$
C. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$
4. $\cos 30^\circ =$ ().
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 直线 l 过点 $P(0, 1)$, 且倾斜角是直线 $2x - y + 2 = 0$ 的倾斜角的 2 倍, 则直线 l 的方程为().
A. $3x - 4y + 4 = 0$ B. $4x - 3y + 3 = 0$
C. $3x + 4y - 4 = 0$ D. $4x + 3y - 3 = 0$
6. “ $(x+1)(x-3)=0$ ”是“ $x=3$ ”的().
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 1, a_6 = 11$, 则公差 $d =$ ().

- A. -2 B. 3
C. 2 D. -3

8. 已知圆锥的底面圆半径为 1, 侧面积为 2π , 则该圆锥的体积为().

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. π
C. $\sqrt{3}\pi$ D. $2\sqrt{3}\pi$

9. 已知平面向量 $a = (2, 1)$, $b = (-2, m)$, 且 $a \parallel b$, 则 $m =$ ().

- A. 1 B. 4
C. -4 D. -1

10. 已知点 P 在直线 $l: x - y - 6 = 0$ 上, 点 Q 在圆 $O: x^2 + y^2 = 2$ 上, 则 $|PQ|$ 的最小值为().

- A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

11. 已知 $a^x = 4$, $\log_a 3 = y$, 则 $a^{x+y} =$ ().

- A. 5 B. 6
C. 7 D. 12

12. 《西游记》《红楼梦》《水浒传》《三国演义》是我国著名的四大古典小说, 若从这四本小说中任取 2 本, 则“取到《三国演义》”的概率是().

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

13. 已知 $2\cos(\pi + x) = -\sqrt{3}$, 且 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $x =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x > 0, \\ -x^2 + 3x, & x \leq 0. \end{cases}$ 若 $f(a) = -4$, 则 $a =$ _____.

15. 若 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-m} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$, 则 m 与 n 的大小关系是_____.

16. 甲、乙、丙三人排成一排, 不同的排法的种数是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,-3), \boldsymbol{b}=(3,2)$.

- (1)求向量 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 和向量 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$ 的坐标;
- (2)判断向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是否垂直.

18. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1, a_1=1$, 且 a_1, a_3, a_2 成等差数列.

- (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)设 $b_n=\left|\frac{1}{a_n}\right|$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

19. 已知 $5\sin \alpha - \cos \alpha = 1$, α 为第一象限角.

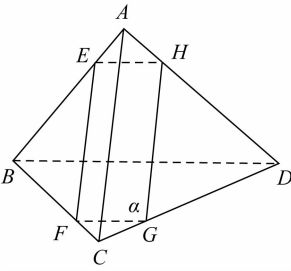
(1) 求 $\sin \alpha$ 及 $\cos \alpha$ 的值;

(2) 求 $\tan(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(\pi + \alpha)$ 的值.

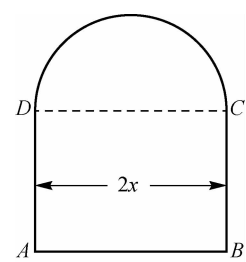
20. 如图所示, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AC \perp BD$. 平面 α 交 AB, BC, CD, DA 分别于点 E, F, G, H , 且 $AC \parallel$ 平面 $\alpha, BD \parallel$ 平面 α .

(1) 证明: 四边形 $EFGH$ 为矩形;

(2) 若 $AC = BD = 2$, 求矩形 $EFGH$ 面积的最大值.



21. 用长为 10 m 的铁丝弯成下部为矩形,上部为半圆形的框架(如图),设矩形底边长为 $2x(\text{m})$,求此框架围成的面积 $y(\text{m}^2)$ 与 x 的函数关系式 $y=f(x)$ 及最大面积. (取 $\pi=3$)



22. 甲、乙两人参加比赛,比赛 5 次的成绩分别如下:

甲:90,89,91,92,93.

乙:86,88,92,90,94.

(1)求甲、乙成绩的平均数;

(2)求甲、乙成绩的方差;

(3)比较平均数、方差,选出适合的人参加比赛.

决胜巅峰卷(二)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的. 请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 设集合 $A=\{x|x\geqslant 1\},B=\{x||x|\leqslant 2\}$,则 $A\cup B=(\quad)$.
A. $(-1,2)$
B. $[-2,3]$
C. $[-2,+\infty)$
D. $[-1,2]$
2. 不等式 $-x^2+2x\geqslant 0$ 的解集为 $(\quad)$.
A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$
B. $\{x|x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 0\}$
C. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 0\}$
D. $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$
3. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上为增函数, $a=f(-3),b=f(1),c=f(2)$,则 $(\quad)$.
A. $a>b>c$
B. $a>c>b$
C. $b>a>c$
D. $c>b>a$
4. 若 $\sin \theta>0,\tan \theta<0$,则角 θ 的终边在 $(\quad)$.
A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限
5. 直线 $ax+by+c=0$ 仅过第一、四象限,则下列关系成立的是 $(\quad)$.
A. $a=0,bc<0$
B. $b=0,ac<0$
C. $a=0,bc>0$
D. $b=0,ac>0$
6. “ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的 $(\quad)$.
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=-3$,公差 $d=3$. 若此数列前 n 项的和 $S_n=27$,则 $n=(\quad)$.
A. 5
B. 6
C. 7
D. 8

8. 已知直角三角形的两条直角边长分别为 $R,2R$,以长为 R 的直角边所在直线为轴,旋转一周所形成的几何体的体积是 $(\quad)$.

- A. $\frac{1}{3}\pi R^3$
C. $\frac{3}{4}\pi R^3$
- B. $3\pi R^3$
D. $\frac{4}{3}\pi R^3$

9. 过圆 $x^2+(y-1)^2=9$ 外一点 $P(3,5)$ 向圆引切线,则点 P 与切点的距离为 $(\quad)$.

- A. 2
C. 4
- B. 3
D. 5

10. 已知点 $A(1,2),B(4,1)$,则 $2\overrightarrow{AB}=(\quad)$.

- A. $(2,-3)$
C. $(10,6)$
- B. $(-6,2)$
D. $(6,-2)$

11. $\log_2\frac{1}{9}\cdot\log_3\frac{1}{25}\cdot\log_5\frac{1}{4}=(\quad)$.

- A. 8
C. -8
- B. 6
D. -6

12. 若 $a,b\in\{1,2,3,4\}$,则方程 $x^2+ax+b=0$ 有实根的概率为 $(\quad)$.

- A. $\frac{5}{16}$
C. $\frac{7}{16}$
- B. $\frac{3}{8}$
D. $\frac{1}{2}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在题中横线上)

13. 已知 $\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,若 $\sin \theta=\frac{1}{2}$,则 $\theta=$ _____.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2x, & x<1, \\ 3-x^2, & x\geqslant 1,\end{cases}$ 则 $f[f(3)]=$ _____.

15. 已知 $5^{x+1}=a,5^{y-3}=b$,则 $5^{x-y}=$ _____.

16. 在一次海洋知识竞赛中,参加知识竞赛的 10 名学生的成绩如下表:

成绩(分)	92	95	96	98
人数(人)	1	2	4	3

则这 10 名学生的平均成绩是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin \theta,-2)$ 与 $\boldsymbol{b}=(1, \cos \theta)$ 互相垂直,其中 $\theta \in\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

(1)求 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 的值;

(2)求 $\frac{1}{\sin ^2 \theta-\cos ^2 \theta}$ 的值.

18. 已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=1, a_2+a_4=10$.

(1)求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式;

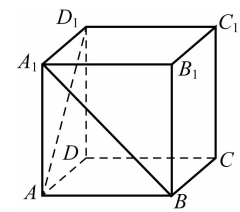
(2)设 $b_n=\frac{a_n+1}{2}$,求数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 10 项和.

19. 已知 O 为坐标原点, $A(4,0), B(1,m), C(0,3)$.

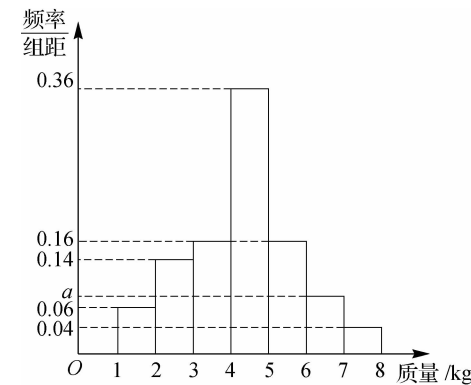
(1) 若 A, B, C 三点共线, 求实数 m 的值;

(2) 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + (2-x)\overrightarrow{OC}$, 求 $|\overrightarrow{OM}|$ 的最小值.

20. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的大小.



21. 互联网的快速发展给人们的生活带来很多便利. 利用网络直播带货就是近年来新兴的一种产品网络直销方式. 某西瓜种植户拟采用网络直销方式出售总质量为 5 000 kg 的一批西瓜, 现从中随机抽取 50 个西瓜, 称出它们的质量(单位: kg), 得出的频率分布直方图如图所示.
- (1) 从这批西瓜中随机选取一个, 求质量不小于 5 kg 的概率;
- (2) 若网络直销每天有 200 人购买西瓜, 则 5 天内能否卖完这批西瓜? 并说明理由(同一组中的数据以该组区间的中间值为代表).



22. 某商场将进价为 1 000 元的冰箱以 1 300 元售出, 平均每天能售出 4 台, 为了让利给消费者, 商场决定采取适当的降价措施. 调查表明: 这种冰箱的售价每降低 25 元, 平均每天就能多售出 2 台.
- (1) 假设每台冰箱降价 x 元, 商场每天销售这种冰箱的利润是 y 元, 请写出 y 与 x 之间的函数关系式;(不要求写自变量的取值范围)
- (2) 商场要想在这种冰箱销售中每天盈利 2 400 元, 同时又要使消费者得到实惠, 每台冰箱应降价多少元?
- (3) 每台冰箱降价多少元时, 商场每天销售这种冰箱的利润最高? 最高利润是多少元?

决胜巅峰卷(三)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的选项中,只有一项是符合题目要求的.请将选出的答案标号填入题后的括号内)

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 < 0\}$, $B = \{-2, -1, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ().
- A. $\{-2, -1, 1\}$ B. $\{-2, -1, 1, 2\}$
C. $\{-1, 1, 2\}$ D. $\{-3, -2, -1, 1, 2\}$
2. 不等式 $|2x + 5| > 7$ 的解集是 ().
- A. $(-6, 1)$ B. $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$
C. $(-1, 6)$ D. $(-\infty, -1) \cup (6, +\infty)$
3. 若 $\sin \theta < 0$, $\tan \theta > 0$, 则角 θ 的终边在 ().
- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
4. 若函数 $f(x) = x^2 + x$ 在区间 $(a, 1 - 2a)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围为 ().
- A. $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
C. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$
5. 斜率为 $\sqrt{3}$, 且过点 $P(0, 3)$ 的直线方程为 ().
- A. $y = \sqrt{3}x - 3$ B. $y = \sqrt{3}x + 3$
C. $y = -\sqrt{3}x + 3$ D. $y = -\sqrt{3}x - 3$
6. “ $a > 5$ ”是“ $a \geq 3$ ”的 ().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1a_2=2, a_3a_4=4$, 则 $a_5a_6=(\quad)$.

- A. 4
B. 8
C. 16
D. 32

8. 已知圆柱的底面半径为 1, 体积为 6π , 则该圆柱的高为().

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6

9. 若向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 均为单位向量, 且它们的夹角为 60° , 则 $|\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}| = (\quad)$.

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$
C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$

10. 圆 $x^2+y^2=4$ 上到直线 $x+y+\sqrt{2}=0$ 的距离为 1 的点有().

- A. 0 个
B. 1 个
C. 2 个
D. 3 个

11. 求值: $2\log_5 10 - \log_5 4 = (\quad)$.

- A. 1
C. 2
B. $\log_5 16$
D. $\log_5 96$

12. 从分别写有 1, 2, 3, 4 的四张卡片(除所写数字外完全相同)中随机抽取 1 张, 放回后再随机抽取 1 张, 则抽得的第一张卡片上的数不大于第二张卡片上的数的概率是().

- A. $\frac{3}{8}$
- B. $\frac{5}{8}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{9}{16}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上)

13. 已知 $\tan \alpha = -\sqrt{3}$, 且 α 为第四象限角, 则 $\cos \alpha =$ _____.

14. 函数 $f(x)=2^x+\frac{x}{2}(x\in[-1,1])$ 的值域是_____.

15. 已知某放射性物质在衰变过程中, 质量 y 与衰变时间 t 满足函数关系式 $y = e^{kt+b}$ (k, b 为常数, $k \neq 0$). 该物质初始质量为 72 克, 经过 7 天衰变后剩 48 克, 再过 7 天衰变后还剩_____克.

16. 某职业学校有 A, B, C 三个专业, 其中 A 专业有 500 名学生. 现采用分层抽样法在三个专业学生中抽取容量为 60 人的样本进行体质测试, 已知在 B 专业学生中抽取了 24 名学生, 在 C 专业学生中抽取了 16 名学生, 则 B 专业学生人数为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,第 17 小题 10 分,第 18—22 题每小题 12 分,共 70 分)

17. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,2), \boldsymbol{b}=(x,2), \boldsymbol{c}=(4,1)$.

- (1)求 $3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$;
- (2)求当实数 x 为何值时, $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

18. 设数列 $\{a_n\}$ 为等比数列,其中 $a_1<a_2<a_3, a_1a_2a_3=125$,且 $-a_1, \frac{2}{5}a_2, \frac{1}{5}a_3$ 成等差数列,求:

- (1)数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2)数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项和 S_6 .

19. 已知 $2\sin \alpha + \cos \alpha = 1$, 且 α 是第二象限角.

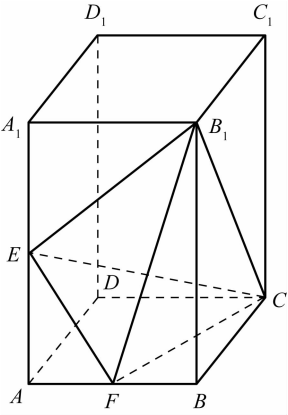
(1) 求 $\sin \alpha$ 及 $\cos \alpha$ 的值;

(2) 求 $5\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 3\tan(\pi + \alpha)$ 的值.

20. 如图所示, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1, AA_1=\sqrt{2}$, E 为 AA_1 的中点, F 为 AB 的中点.

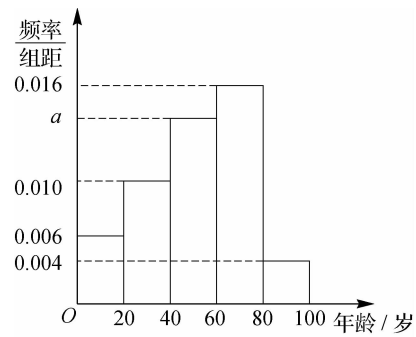
(1) 证明: $BC \perp B_1E$;

(2) 求三棱锥 $C-B_1EF$ 的体积.



21. 某市为了研究某种传染病患者的年龄结构,现从该市的此种传染病患者中随机抽取 500 个样本,他们年龄的频率分布直方图如图所示.

- (1)求直方图中 a 的值;
(2)这 500 个样本中有多少名 40~80 岁之间的传染病患者?



22. 已知某品牌电动汽车一次充满电后,以 40 千米/时的速度行驶,电池能行驶 10 个小时;如果速度每提高 10 千米/时,电池行驶时间会缩短 1 小时. 若不考虑其他因素:

- (1)求充满一次电后,行驶路程 y 千米与速度 x 千米/时之间的函数关系式;
(2)求速度为何值时,行驶路程达到最大.

(赠册)

陕西省普通高等学校职业教育单独招生考试
数学决胜巅峰卷
参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目 录

决胜巅峰卷(一)参考答案及解析	1
决胜巅峰卷(二)参考答案及解析	2
决胜巅峰卷(三)参考答案及解析	4
决胜巅峰卷(四)参考答案及解析	6
决胜巅峰卷(五)参考答案及解析	8
决胜巅峰卷(六)参考答案及解析	10
决胜巅峰卷(七)参考答案及解析	12
决胜巅峰卷(八)参考答案及解析	14
决胜巅峰卷(九)参考答案及解析	16
决胜巅峰卷(十)参考答案及解析	18
决胜巅峰卷(十一)参考答案及解析	20
决胜巅峰卷(十二)参考答案及解析	21
决胜巅峰卷(十三)参考答案及解析	24
决胜巅峰卷(十四)参考答案及解析	25
决胜巅峰卷(十五)参考答案及解析	27

决胜巅峰卷(一)

参考答案及解析

一、选择题

1. D 解析:由题意可知, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, $A = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B = \{0, 1, 2\}$, 故选 D.

2. D 解析:选项 A, $f(x) = \tan x$ 在定义域内无单调性; 选项 B, $f(x) = x^3 - x$ 在定义域内无单调性; 选项 C, $f(x) = \ln x$ 在定义域内单调递增; 选项 D, $f(x) = -\sqrt{x}$ 在定义域内单调递减.

3. A 解析: $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ 可化为 $(x-3)(x+1) \leq 0$, 解得 $-1 \leq x \leq 3$, 故选 A.

4. D 解析:本题考查特殊角的余弦值. $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. D 解析:直线 $2x - y + 2 = 0$ 的斜率 $k = 2$, 设其倾斜角为 α , 则 $k = \tan \alpha = 2$, 所以直线 l 的倾斜角为 2α , 斜率 $k_l = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = -\frac{4}{3}$. 又因为直线 l 过点 $P(0, 1)$, 所以直线 l 的方程为 $y - 1 = -\frac{4}{3}x$, 可化为 $4x + 3y - 3 = 0$. 故选 D.

6. B 解析:方程 $(x+1)(x-3) = 0$ 的解为 $x = -1$ 或 $x = 3$, 所以“ $(x+1)(x-3) = 0$ ”是“ $x = 3$ ”的必要不充分条件.

7. C 解析: $d = \frac{a_6 - a_1}{6 - 1} = \frac{11 - 1}{5} = \frac{10}{5} = 2$.

8. A 解析:设母线长为 l , 则 $\pi r l = 2\pi$, 解得 $l = 2$. 可求得圆锥的高为 $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, 故圆锥的体积 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi$, 故选 A.

9. D 解析:设 $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$, $a \parallel b \Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$, 将已知条件中的数字代入公式中可得 $2m - (-2) = 0$, 解得 $m = -1$.

10. C 解析:当点 O, Q, P 共线, 点 Q 在 O, P 中间且 $QP \perp l$ 时, $|PQ|$ 取得最小值. 此时圆心 $O(0, 0)$ 到直线 l 的距离 $d = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$, 而圆的半径 $r =$

$\sqrt{2}$, 所以 $|PQ|$ 的最小值为 $d - r = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

11. D 解析:由 $\log_a 3 = y$, 得 $a^y = 3$, 故 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 4 \times 3 = 12$.

12. A 解析:从这四本小说中任取 2 本, 共有 $C_4^2 = 6$ 种情况, 其中取到《三国演义》, 再从剩余 3 本中选择 1 本, 共有 $C_3^1 = 3$ 种, 故概率为 $P = \frac{C_3^1}{C_4^2} = \frac{1}{2}$.

二、填空题

13. $\frac{\pi}{6}$ 解析:因为 $2\cos(\pi+x) = -\sqrt{3}$, 所以 $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 又因为 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 所以 $x = \frac{\pi}{6}$.

14. -1 解析:当 $a > 0$ 时, $f(a) = a^3 > 0$, 不合题意; 当 $a \leq 0$ 时, $f(a) = -a^2 + 3a = -4$, 解得 $a = 4$ (舍去) 或 $a = -1$.

15. $m > n$ 解析:因为指数函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-m} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$, 所以 $-m < -n$, 即 $m > n$.

16. 6 解析:若甲排在第一位, 紧接着排乙、丙或丙、乙, 有 2 种排法, 同样, 当乙或丙排在第一位时, 也各有 2 种排法, 故共有 6 种排法.

三、解答题

17. 解: (1) $a + 2b = (2, -3) + (6, 4) = (8, 1)$,
 $b - a = (3, 2) - (2, -3) = (1, 5)$.

(2) 因为 $a \cdot b = 2 \times 3 + (-3) \times 2 = 0$,
所以 $a \perp b$.

18. 解: (1) 因为 $a_1 = 1$, 且 a_1, a_3, a_2 成等差数列, 所以
 $2a_3 = a_1 + a_2$, $2q^2 = 1 + q$, 解得 $q = -\frac{1}{2}$ 或 $q = 1$
(舍去), 故 $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

(2) $b_n = \left|\frac{1}{a_n}\right| = 2^{n-1}$, 故 $S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$.

19. 解: (1) 因为 α 是第一象限角, 所以 $\sin \alpha > 0$,
 $\cos \alpha > 0$.

$$\text{由} \begin{cases} 5\sin \alpha - \cos \alpha = 1, \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \text{得} \begin{cases} \sin \alpha = \frac{5}{13}, \\ \cos \alpha = \frac{12}{13}. \end{cases}$$

$$(2) \tan(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(\pi + \alpha)$$

$$= -\tan \alpha \cos \alpha - (-\cos \alpha)$$

$$= -\sin \alpha + \cos \alpha$$

$$= -\frac{5}{13} + \frac{12}{13}$$

$$= \frac{7}{13}.$$

20. (1) **证明:** 因为平面 $\alpha \cap$ 平面 $ABC = EF$, 且 $AC \parallel$ 平面 α , 所以 $AC \parallel EF$. 同理可证 $AC \parallel GH, BD \parallel EH, BD \parallel FG$, 所以 $EF \parallel GH, EH \parallel FG$, 所以四边形 $EFGH$ 为平行四边形. 又因为 $AC \perp BD$, 所以 $EF \perp FG$, 所以四边形 $EFGH$ 为矩形.

(2) **解:** 设 $EF = x$. 因为 $AC \parallel EF$, 所以 $\frac{EF}{AC} = \frac{BF}{BC}$ ①.

因为 $BD \parallel FG$, 所以 $\frac{FG}{BD} = \frac{FC}{BC}$ ②.

又因为 $AC = BD = 2$, 故 ① + ② 得 $\frac{x}{2} + \frac{FG}{2} = \frac{BF}{BC} +$

$\frac{FC}{BC} = 1$, 解得 $FG = 2 - x$. $S_{\text{矩形}EFGH} = EF \cdot FG =$

$x(2-x) = -(x-1)^2 + 1$, 故当 $x = 1$ 时, 矩形 $EFGH$ 的面积最大, 最大值为 1.

21. **解:** 由题意知半圆的直径为 $2x$ m, 半圆弧长为 πx m, 矩形的高度为 $\frac{1}{2}(10-2x-\pi x)$ m.

根据题意得 $y = 2x \times \frac{1}{2}(10-2x-\pi x) + \frac{1}{2}\pi x^2 =$

$$10x - 2x^2 - \frac{1}{2}\pi x^2,$$

$$\text{即 } f(x) = 10x - 2x^2 - \frac{1}{2}\pi x^2.$$

由 $0 < 2x + \pi x < 10$ 得 $0 < x < \frac{10}{2+\pi}$, 所以 $f(x)$ 的

定义域为 $(0, \frac{10}{2+\pi})$.

取 $\pi = 3$, $f(x) = 10x - 2x^2 - \frac{1}{2} \times 3x^2 = -\frac{7}{2}x^2 +$

$10x$, 所以当 $x = -\frac{10}{2 \times (-\frac{7}{2})} = \frac{10}{7}$ 时, $f(x)$ 有最

$$\text{大值} \frac{4 \times (-\frac{7}{2}) \times 0 - 10^2}{4 \times (-\frac{7}{2})} = \frac{50}{7},$$

所以框架底部的矩形长 $2x = 2 \times \frac{10}{7} = \frac{20}{7}$ (m)

时, 框架围成的面积最大, 最大面积为 $\frac{50}{7} \text{ m}^2$.

22. **解:** (1) 甲、乙成绩的平均数分别为

$$\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{90+89+91+92+93}{5} = 91,$$

$$\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{86+88+92+90+94}{5} = 90.$$

(2) 甲、乙成绩的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} \times [(90-91)^2 + (89-91)^2 + (91-91)^2 + (92-91)^2 + (93-91)^2] = 2;$

$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} \times [(86-90)^2 + (88-90)^2 + (92-90)^2 + (90-90)^2 + (94-90)^2] = 8.$

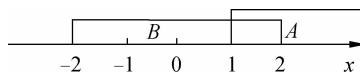
(3) $\bar{x}_{\text{甲}} > \bar{x}_{\text{乙}}$, 且 $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$, 所以甲适合参加比赛.

决胜巅峰卷(二)

参考答案及解析

一、选择题

1. C **解析:** 由 $|x| \leq 2$ 得 $-2 \leq x \leq 2$, 则 $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, 又 $A = \{x | x \geq 1\}$, 画出图形如下.



从图形上寻找两个集合合并而成的新集合为 $\{x | x \geq -2\}$, 也就是说 $A \cup B = \{x | x \geq -2\}$, 用区间表示为 $[-2, +\infty)$.

2. A **解析:** 由 $-x^2 + 2x \geq 0$ 变形为 $x^2 - 2x \leq 0$, 解得 $0 \leq x \leq 2$. 故选 A.

3. B **解析:** 因为函数 $f(x)$ 是偶函数, 所以 $f(x) = f(-x)$, 则 $f(-3) = f(3)$. 又因为函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数, 所以 $f(3) > f(2) > f(1)$, 故选 B.

4. B 解析:易知 θ 为象限角. 因为 $\sin \theta > 0$, 所以角 θ 的终边在第一或第二象限. 又因为 $\tan \theta < 0$, 所以角 θ 的终边在第二或第四象限. 综上所述, 角 θ 的终边在第二象限.

5. B 解析: 因为直线 $ax+by+c=0$ 仅过第一、四象限, 所以该直线平行于 y 轴, 则 $b=0$. 直线方程可化为 $x=-\frac{c}{a}$, 且 $-\frac{c}{a} > 0$, 得 $ac < 0$. 故选 B.

6. A 解析: 将 $x=1$ 代入 $x^2-3x+2=0$ 可得 $1-3+2=0$, 故“ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的充分条件; 由 $x^2-3x+2=0$ 得 $x=1$ 或 $x=2$, 故“ $x=1$ ”不是“ $x^2-3x+2=0$ ”的必要条件. 故选 A.

7. B 解析: 本题考查等差数列求和公式. 根据 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$, 代入数据可得 $27 = -3n + \frac{n(n-1)}{2} \times 3$, 解得 $n=6$ 或 $n=-3$ (舍去). 故选 B.

8. D 解析: 由题知旋转所形成的几何体为圆锥, 且圆锥的高为 R , 底面圆的半径为 $2R$, 所以其体积为 $\frac{1}{3} \times \pi(2R)^2 \times R = \frac{4}{3} \pi R^3$. 故选 D.

9. C 解析: 设圆心为 C , 切点为 A , 则 $C(0,1)$, $CA=3$, $CP = \sqrt{(3-0)^2 + (5-1)^2} = 5$, 在 $\text{Rt} \triangle PCA$ 中, $PA = \sqrt{CP^2 - CA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

10. D 解析: $\overrightarrow{AB} = (4-1, 1-2) = (3, -1)$, 所以 $2\overrightarrow{AB} = (6, -2)$, 故选 D.

11. C 解析: $\log_2 \frac{1}{9} \cdot \log_3 \frac{1}{25} \cdot \log_5 \frac{1}{4} = \log_2 3^{-2} \cdot \log_3 5^{-2} \cdot \log_5 2^{-2} = -8 \log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 2 = -8$.

12. C 解析: 因为方程 $x^2+ax+b=0$ 有实根, 所以 $\Delta \geq 0$, 即 $\Delta = a^2 - 4b \geq 0$, 因为 $a, b \in \{1, 2, 3, 4\}$, 则一共可以得到 16 种不同情况, 且其中方程 $x^2+ax+b=0$ 有实根有 $a=2, b=1; a=3, b=1; a=3, b=2; a=4, b=1; a=4, b=2; a=4, b=3; a=4, b=4$ 共 7 种情况, 所以根据古典概型概率公式得所求概率为 $p = \frac{7}{16}$.

二、填空题

13. $\frac{5\pi}{6}$ 解析: 因为 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \theta = \frac{1}{2}$, 所以 $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

14. -12 解析: 因为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1, \\ 3-x^2, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f[f(3)] = f(3-3^2) = f(-6) = 2 \times (-6) = -12$.

15. $\frac{a}{625b}$ 解析: 由已知得 $\frac{5^{x+1}}{5^{y-3}} = \frac{a}{b}$, $\therefore 5^{x-y+4} = \frac{a}{b}$, 则 $5^{x-y} \cdot 5^4 = \frac{a}{b}$, $\therefore 5^{x-y} = \frac{a}{625b}$.

16. 96 解析: 这 10 名学生的平均成绩为 $\frac{92 \times 1 + 95 \times 2 + 96 \times 4 + 98 \times 3}{10} = 96$.

三、解答题

17. 解: (1) $\because \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$,

$$\therefore \sin \theta > 0, \cos \theta > 0.$$

又 $\because \mathbf{a} = (\sin \theta, -2)$ 与 $\mathbf{b} = (1, \cos \theta)$ 互相垂直,

$$\therefore \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0,$$

$$\text{则有} \begin{cases} \sin \theta \times 1 + (-2) \times \cos \theta = 0, \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \\ \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}. \end{cases}$$

$$(2) \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{3}{5}, \text{ 故}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{5}{3}.$$

18. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{则由 } a_2 + a_4 = 10 \text{ 得 } 2a_1 + 4d = 10,$$

$$\text{又 } a_1 = 1, \text{ 解得 } d = 2.$$

$$\therefore \text{数列 } \{a_n\} \text{ 的通项公式为 } a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + 2(n-1) = 2n-1.$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } b_n = \frac{2n-1+1}{2} = n,$$

∴ 数列 $\{b_n\}$ 是首项为 1, 公差为 1 的等差数列,
 ∴ 由等差数列前 n 项和公式, 得数列 $\{b_n\}$ 的前
 10 项和为 $S_{10} = \frac{10 \times (1+10)}{2} = 55$.

19. 解: (1) 因为 $A(4,0), B(1,m), C(0,3)$,
 所以 $\overrightarrow{AB} = (1,m) - (4,0) = (-3,m)$,
 $\overrightarrow{AC} = (0,3) - (4,0) = (-4,3)$,
 又 A, B, C 三点共线, 所以 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$,
 所以 $-3 \times 3 = -4m$, 解得 $m = \frac{9}{4}$.
 (2) 因为 $A(4,0), C(0,3)$,
 所以 $\overrightarrow{OA} = (4,0), \overrightarrow{OC} = (0,3)$,
 所以 $\overrightarrow{OM} = x \overrightarrow{OA} + (2-x) \overrightarrow{OC} = x(4,0) +$
 $(2-x)(0,3) = (4x, 6-3x)$,
 所以 $|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{(4x)^2 + (6-3x)^2}$
 $= \sqrt{25x^2 - 36x + 36} = \sqrt{25\left(x - \frac{18}{25}\right)^2 + \frac{576}{25}}$,
 所以当 $x = \frac{18}{25}$ 时, $|\overrightarrow{OM}|_{\min} = \frac{24}{5}$.

20. 解: 连接 D_1C 与 AC , 易得 $A_1B \parallel D_1C$,
 所以 $\angle AD_1C$ 为异面直线 A_1B 与 AD_1 所成的角.
 因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体,
 所以 $AD_1 = D_1C = AC$,
 所以 $\triangle AD_1C$ 为等边三角形, 故 $\angle AD_1C = 60^\circ$,
 所以异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的大小为 60° .

21. 解: (1) (方法一) 由题意可知, $a = 1 - (0.06 + 0.14 +$
 $0.16 + 0.36 + 0.16 + 0.04) \times 1 = 0.08$.
 因为 $0.16 + 0.08 + 0.04 = 0.28$,
 所以质量不小于 5 kg 的概率为 0.28.
 (方法二) 由题意可知, $1 - (0.06 + 0.14 + 0.16 +$
 $0.36) \times 1 = 0.28$, 所以质量不小于 5 kg 的概率为
 0.28.
 (2) 由题意可知, 平均 1 个西瓜的质量为 $1.5 \times$
 $0.06 + 2.5 \times 0.14 + 3.5 \times 0.16 + 4.5 \times 0.36 +$
 $5.5 \times 0.16 + 6.5 \times 0.08 + 7.5 \times 0.04 = 4.32(\text{kg})$,
 所以每天网络销售西瓜约 $4.32 \times 200 = 864(\text{kg})$,
 所以 5 天共网络直销西瓜约 $864 \times 5 = 4\,320(\text{kg})$.
 因为 $4\,320 < 5\,000$, 所以 5 天内不能卖完这批西瓜.

22. 解: (1) 由题意得 $y = (1\,300 - 1\,000 - x) \cdot$
 $(4 + 2 \times \frac{x}{25})$, 即 $y = -\frac{2}{25}x^2 + 20x + 1\,200$.

(2) 由题意, 得 $-\frac{2}{25}x^2 + 20x + 1\,200 = 2\,400$,

整理, 得 $x^2 - 250x + 15\,000 = 0$,

解得 $x_1 = 100, x_2 = 150$.

要使消费者得到实惠, 取 $x = 150$,

所以每台冰箱应降价 150 元.

(3) 对于 $y = -\frac{2}{25}x^2 + 20x + 1\,200$,

当 $x = -\frac{20}{2 \times (-\frac{2}{25})} = 125$ 时,

$y_{\max} = (1\,300 - 1\,000 - 125) \times (4 + 2 \times \frac{125}{25}) =$
 2 450,

所以每台冰箱降价 125 元时, 商场的利润最高,
 最高利润是 2 450 元.

决胜巅峰卷(三)

参考答案及解析

一、选择题

1. A 解析: 由题意得 $A = \{x | (x+3)(x-2) < 0\} =$
 $\{x | -3 < x < 2\}, B = \{-2, -1, 1, 2\}$, 因此 $A \cap B =$
 $\{-2, -1, 1\}$.
 2. B 解析: 由 $|2x+5| > 7$ 得 $2x+5 < -7$ 或 $2x+$
 $5 > 7$, 解得 $x < -6$ 或 $x > 1$.
 3. C 解析: 易知, θ 为象限角. 因为 $\sin \theta < 0$, 所以角
 θ 在第三或第四象限. 又因为 $\tan \theta > 0$, 则角 θ 在第
 一或第三象限, 综上所述, 角 θ 的终边在第三
 象限.
 4. C 解析: $f(x) = x^2 + x$ 的对称轴是 $x = -\frac{1}{2}$, 要
 想在区间 $(a, 1-2a)$ 上单调递增, 应有 $a \geq -\frac{1}{2}$ 且
 $a < 1-2a$, 解得 $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{3}$, 故选 C.

5. B 解析:根据点斜式方程得直线方程为 $y-3=\sqrt{3}(x-0)$, 即 $y=\sqrt{3}x+3$. 故选 B.

6. A 解析:“ $a>5$ ”能推出“ $a\geq 3$ ”, 但“ $a\geq 3$ ”推不出“ $a>5$ ”, 所以“ $a>5$ ”是“ $a\geq 3$ ”的充分不必要条件.

7. B 解析:由等比数列的性质可得 $a_1a_5=a_3^2$, $a_2a_6=a_4^2$, 所以 $(a_1a_2)(a_5a_6)=a_3^2a_4^2$, 故 $a_5a_6=\frac{(a_3a_4)^2}{a_1a_2}=\frac{4^2}{2}=8$, 故选 B.

8. D 解析:圆柱的体积 $V=\pi r^2 \cdot h$, 即 $6\pi=\pi \cdot h$, 解得 $h=6$, 故选 D.

9. C 解析: $a \cdot b=1 \times 1 \times \cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $|a+2b|^2=a^2+4b^2+4a \cdot b=1+4+4 \times \frac{1}{2}=7$, 所以 $|a+2b|=\sqrt{7}$, 故选 C.

10. D 解析:圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心坐标为 $(0,0)$, 半径 $r=2$, 圆心 $(0,0)$ 到直线 $x+y+\sqrt{2}=0$ 的距离 $d=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1^2+1^2}}=1=\frac{r}{2}$, 所以圆 $x^2+y^2=4$ 上到直线 $x+y+\sqrt{2}=0$ 的距离为 1 的点共有 3 个, 故选 D.

11. C 解析: $2\log_5 10 - \log_5 4 = \log_5 100 - \log_5 4 = \log_5 25 = 2$.

12. B 解析:设第一次抽取的数为 x , 第二次为 $y(x, y=1, 2, 3, 4)$, 满足题意即 $x \leq y$ 的情况有 10 种, 即 $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\}$, 则概率 $P=\frac{10}{4^2}=\frac{5}{8}$.

二、填空题

13. $\frac{1}{2}$ 解析:因为 $\tan \alpha = -\sqrt{3}$, 且 α 为第四象限角, 所以 $\alpha = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 所以 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

14. $\left[0, \frac{5}{2}\right]$ 解析:因为 $y=2^x$ 和 $y=\frac{x}{2}$ 都是增函数, 所以 $f(x)=2^x+\frac{x}{2}$ 在 $[-1, 1]$ 上为增函数, 又 $f(-1)=0, f(1)=\frac{5}{2}$, 则其值域为 $\left[0, \frac{5}{2}\right]$.

15. 32 解析:由题意得该物质经过 7 天衰变后质量

为原来的 $\frac{48}{72}=\frac{2}{3}$, 故再过 7 天衰变后质量为 $48 \times \frac{2}{3}=32$ 克.

16. 600 解析:抽取 A 专业的学生人数为 $60-24-16=20$ (名), 则 B 专业的学生有 $24 \div \frac{20}{500}=600$ (名).

三、解答题

17. 解:(1)已知向量 $a=(3,2)$, 故 $3a=(9,6)$, 且 $c=(4,1)$, 则 $3a+c=(9+4, 6+1)=(13,7)$.

(2)因为 $a \perp b$, 所以 $a \cdot b=3x+4=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$. 故当实数 $x=-\frac{4}{3}$ 时, $a \perp b$.

18. 解:(1)设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q(q \neq 0)$.

易得 $\begin{cases} a_1a_2a_3=125, \\ a_1a_3=a_2^2, \end{cases}$ 解得 $a_2=5$.

由 $-a_1, \frac{2}{5}a_2, \frac{1}{5}a_3$ 成等差数列,

得 $2 \times \frac{2}{5}a_2 = -a_1 + \frac{1}{5}a_3$,

即 $\frac{4}{5}a_2 = -a_2q^{-1} + \frac{1}{5}a_2q$,

解得 $q=5$ 或 $q=-1$.

又 $a_1 < a_2 < a_3$, 所以 $q=5$,

所以 $a_1=a_2q^{-1}=1$,

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=5^{n-1}$.

(2) $S_6=\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}=\frac{1 \times (1-5^6)}{1-5}=3\ 906$.

19. 解:(1)因为 α 是第二象限角, 所以 $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$.

由 $\begin{cases} 2\sin \alpha + \cos \alpha = 1, \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5}, \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5}. \end{cases}$

(2)由(1)得 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}$, 则 $5\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 3\tan(\pi + \alpha) = 5\sin \alpha - 3\tan \alpha = 5 \times \frac{4}{5} - 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = 8$.

20. (1) 证明: 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $BC \perp$ 平面 A_1B_1BA , 又 $B_1E \subset$ 平面 A_1B_1BA , 所以 $BC \perp B_1E$.

(2) 解: $S_{\triangle B_1EF} = S_{\text{四边形}A_1B_1BA} - S_{\triangle A_1EB_1} - S_{\triangle AEF} -$

$$S_{\triangle FBB_1} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{8},$$

$$\text{故 } V_{\text{三棱锥}C-B_1EF} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle B_1EF} \cdot BC$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{8} \times 1$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

21. 解: (1) $(0.006 + 0.01 + a + 0.016 + 0.004) \times 20 = 1$, 解得 $a = 0.014$.

(2) $(0.014 + 0.016) \times 20 \times 500 = 300$ (名).

答: 这 500 个样本中有 300 名 40~80 岁之间的传染病患者.

22. 解: (1) 依题意得, 当速度为 x 千米/时时, 电池使用时间为 $(14 - \frac{x}{10})$.

所以 $14 - \frac{x}{10} \geq 0$, 解得 $0 \leq x \leq 140$.

所以所求函数关系式为 $y = (14 - \frac{x}{10}) \cdot x =$

$$-\frac{1}{10}x^2 + 14x \quad (0 \leq x \leq 140).$$

(2) 由(1)得 $y = -\frac{1}{10}(x^2 - 140x)$,

当 $x = -\frac{-140}{2} = 70$ 时, $y_{\max} = 490$.

答: 当行驶速度为 70 千米/时时, 行驶路程达到最大, 为 490 千米.

是增函数; 函数 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上不是增函数; 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 函数 $y = x^2$ 是减函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 函数 $y = x^2$ 是增函数, 故选 A.

3. C 解析: 由 $|2x-1| < 3$ 得 $-3 < 2x-1 < 3$, 解得 $-1 < x < 2$, 所以不等式的解集是 $\{x | -1 < x < 2\}$.

故选 C.

4. B 解析: $\tan 390^\circ = \tan(360^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 故选 B.

5. B 解析: “ $|a| = |b|$ ”等价于“ $a = b$ 或 $a = -b$ ”, 所以“ $a = b$ ”是“ $|a| = |b|$ ”的充分不必要条件, 故选 B.

6. C 解析: $S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$.

因为 $a_3 + a_4 = a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = 12$,

所以 $S_6 = 3(a_3 + a_4) = 36$.

7. B 解析: 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $-\frac{1}{a} = 2$, 解得 $a = -\frac{1}{2}$. 故选 B.

8. B 解析: 如图所示, 三棱锥 $A-BCD$ 的体积与三棱锥 $D-ABC$ 的体积相等.

设 $AC \cap BD = O$, $\therefore OB = OD = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

$$\therefore OB^2 + OD^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2 = BD^2,$$

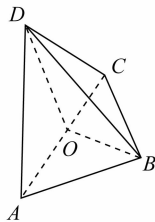
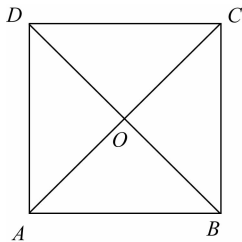
$\therefore OB \perp OD$.

又 $OD \perp OC$, $AC \cap OB = O$, $\therefore OD \perp$ 平面 ACB ,

$\therefore$ 三棱锥 $D-ABC$ 的体积 $V = \frac{1}{3} \cdot OD \cdot S_{\triangle ABC} =$

$\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}a \times \frac{1}{2}a^2 = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$, 即三棱锥 $A-BCD$ 的体

积为 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. 故选 B.



决胜巅峰卷(四)

参考答案及解析

一、选择题

1. B 解析: $P = \{x | -2 < x < 4\}$, $M = \{2, 3, 5\}$, 由交集的定义得 $P \cap M = \{2, 3\}$, 故选 B.

2. A 解析: 因为 $2 > 0$, 所以 $y = 2x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上