

第 1 章 函 数

练习 1.1

1. 求下列函数的定义域.

(1) $y = \arcsin \frac{x-2}{3}$;

(2) $y = \frac{1}{\sqrt{3-x^2}}$;

(3) $y = \ln(4-x)$.

2. 判断下列各题中的函数是否相同,并说明原因.

(1) $y = \sin x$ 与 $y = \sqrt{1-\cos^2 x}$;

(2) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 与 $y = \ln(1+x) - \ln(1-x)$;

(3) $y = \frac{x^3-1}{x-1}$ 与 $y = x^2+x+1$;

(4) $y = \ln 5x$ 与 $y = \ln 5 \cdot \ln x$.

3. 已知 $f(x)=2x^2+x-1$, 求 $f(-1), f(0), f(a)$.

5. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$;

4. 判断下列函数在指定区间内的单调性.

(1) $f(x)=\frac{1}{x}, (0, +\infty)$;

(2) $f(x)=x(x-2)(x+2)$.

(2) $f(x)=\frac{x}{1-x}, (-\infty, 1)$;

6. 判断函数 $y=\sin^2 x$ 是否为周期函数, 若是, 则求出其最小周期.

(3) $f(x)=x+\ln x, (0, +\infty)$.

练习 1.2

1. 写出下列函数的复合过程.

(1) $y = \ln \sqrt{\cos x}$;

(2) $y = e^{(x+1)^2}$;

(3) $y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$;

(4) $y = \sin^2(\sqrt{1-x-x^2})$;

(5) $y = e^{\sqrt{x}}$;

(6) $y = \cos \sqrt{1+x^2}$.

2. 将下列函数复合成一个函数, 并写出它们的定义域.

(1) $y = \sqrt{u}, u = x^2 - 1$;

(2) $y = \sin u, u = \sqrt{v}, v = 2x - 1$.

3. 求下列函数的反函数.

(1) $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$;

(2) $y = 1 + \log_4 x$.

4. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $g(x) = \sqrt{x+1}$, 求 $f[g(x)]$.

5. 已知 $f[g(x)] = 1 + \cos x$, $g(x) = \sin \frac{x}{2}$, 求 $f(x)$.

6. 已知 $f(x+2) = x^2 - x$, 求 $f(x)$.

7. 已知 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x > 0 \\ 1-x, & x \leq 0 \end{cases}$, 求 $f[f(-1)]$.

8. 已知 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 求 $f(\sqrt{1-x^2})$ 的定义域.

第1章测试题

1. 选择题.

(1) 函数 $y = \frac{1}{x} - \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为().

- A. $[-2, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$
C. $[-2, 0) \cup (0, +\infty)$ D. $[-2, 0) \cup (0, 2]$

(2) 下列函数为奇函数的是().

- A. $y = e^x + e^{-x}$ B. $y = x^2 - \sin x$
C. $y = \lg \frac{1-x}{1+x}$ D. $y = x^2 \cos x$

(3) 设 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(x^2)$ 的定义域为().

- A. $[0, 1]$ B. $[-1, 0]$
C. $[-1, 1]$ D. $(-1, 1)$

(4) 下列各组函数中, 是同一个函数的是().

- A. $f(x) = \frac{x^2}{x}, g(x) = x$
B. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$
C. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$
D. $f(x) = x^2 - 2x - 1, g(t) = t^2 - 2t - 1$

(5) 设函数 $f(x) = x^4 + 2^x - 1$, 则该函数为().

- A. 奇函数 B. 偶函数
C. 非奇非偶函数 D. 既是奇函数又是偶函数

(6) 下列函数为基本初等函数的是().

- A. $y = x + 1$ B. $y = x^e$
C. $y = 2x^2$ D. $y = \sin 5x$

(7) 下列函数中, 为奇函数的是().

- A. $f(x) = \ln(1+x^2)$ B. $f(x) = x \cos x$
C. $f(x) = \frac{a^x + a^{-x}}{2}$ D. $f(x) = \ln(1+x)$

(8) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 则 $f[f(-x)] = ()$.

- A. $\frac{1}{1-x}$ B. $\frac{1}{1+x}$
C. $1 - \frac{1}{x}$ D. $1 + \frac{1}{x}$

2. 填空题.

(1) $f(3x) = 2x + 1$, 且 $f(a) = 5$, 则 $a =$ _____.

(2) 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2-3x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$, 则 $f(-2) =$ _____; $f(0) =$ _____; $f(2) =$ _____.

(3) 把函数 $y = u^2, u = \sin x$ 复合成一个函数为 $y =$ _____.

(4) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 3, & x \geq 0 \end{cases}$, $f[f(-2)] =$ _____.

3. 求下列函数的定义域.

(1) $f(x) = \sqrt{x+5}$;

(2) $f(x) = \frac{1}{4-x^2} + \sqrt{x-1}$;

$$(3) f(x) = \frac{1}{\lg(1-x)} + \sqrt{9-x^2};$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} -x, & -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{3-x}, & 0 < x < 2 \end{cases}.$$

4. 已知 $f(\sin x) = 2 - \cos 2x$, 求 $f(x), f(\cos x)$.

5. 求函数 $y = 3x + 1$ 的反函数, 并在平面直角坐标系中作出该函数及其反函数的图像.

$$6. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x > 0 \end{cases}, \text{ 求 } f(x-1), f(x^2-1).$$

7. 求下列函数的复合过程.

$$(1) y = \ln(3-x);$$

$$(2) y = e^{1-x^2};$$

$$(6) y = \ln(\arctan \sqrt{1+x^2}).$$

$$(3) y = \sqrt{\tan \frac{x}{2}};$$

8. 写出由下列函数复合而成的函数, 并求出其定义域.

$$(1) y = 5^u, u = \sqrt{v-1}, v = \ln x;$$

$$(4) y = \sin^2\left(3x - \frac{\pi}{6}\right);$$

$$(2) y = \ln u, u = 8x^3 + 1;$$

$$(5) y = 2^{\ln(x^3+2)};$$

$$(3) y = e^u, u = \sin v, v = 3x;$$

(4) $y=u^3, u=\sin v, v=2x+5$.

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2x+3, & x\leqslant 0 \\ x^2, & 0<x\leqslant 3 \end{cases}$.

(1) 求 $f\left(-\frac{1}{2}\right), f(2), f[f(0)]$;

(2) 在平面直角坐标系中作出函数 $f(x)$ 的图像.

9. 对任意实数 $x, f(x)+2f(1-x)=x^2-2x$, 求 $f(x)$.