

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

同步提升与练习

(基础模块·下)

主编 华腾新思职教高考研究中心

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学同步提升与练习(基础模块·下)

主编 华腾新思职教高考研究中心

数学

同步提升与练习

(基础模块·下)



ISBN 978-7-5661-4823-0

9 787566 148230 >

定价: 29.90元

选题策划: 苏莉 胡志平

责任编辑: 张佳凯

封面设计: 刘文东

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数 学

同步提升与练习

(基础模块·下)

主编 华腾新思职教高考研究中心



哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

内 容 简 介

本书按照教材《数学 基础模块 下册》的章节顺序进行编写。“知识脉络”模块对本章知识点进行了总结。“学习目标”模块参照考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。“知识梳理”模块通过对知识点的系统梳理,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。“典型例题”模块对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。“巩固练习”模块分为基础巩固和能力提升两部分,通过自我检测,使学生做到及时查漏补缺,确保“当堂内容当堂清”。每章后配有章节测试题,既能强化学生对相应章节知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力,及培养学生的数学思想,提升其解题技巧。

本书既可作为广大中等职业学校学生的学习用书,也可作为教师教学的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

数学同步提升与练习(基础模块·下)

SHUXUE TONGBU TISHENG YU LIANXI (JICHU MOKUAI · XIA)

选题策划 苏 莉 胡志平

责任编辑 张佳凯

封面设计 刘文东

出版发行 哈尔滨工程大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区南通大街 145 号

邮政编码 150001

电 话 0451-82519989

经 销 新华书店

印 刷 三河市骏杰印刷有限公司

开 本 880 mm×1 230 mm 1/16

印 张 10

字 数 196 千字

版 次 2025 年 月第 1 版

印 次 2025 年 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7---

定 价 29.90 元

<http://www.hrbeupress.com>

E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn



前言

PREFACE

职业教育是培养技术技能人才,促进就业创业创新,推动中国制造和服务上水平的重要基础。而中等职业教育的基础地位是国家经济发展的需要,是社会稳定的需要。这就要求中等职业学校必须与时俱进,不断进行教育教学改革。本书以深化学校教育教学改革、提高课堂教学实效性为目标,以《中等职业学校数学课程标准》(2020年版)为基础,全面落实学生的主体地位,从而激发学生的自信,挖掘学生的潜力。

本书是与中等职业教育课程改革规划新教材《数学 基础模块 下册》相配套的学生指导用书,主要包含以下模块:

知识脉络——对本章知识点进行了总结。

学习目标——参考考试大纲,使学生对知识要点的掌握程度有一个初步了解。

知识梳理——通过对知识点的系统梳理,培养学生的阅读能力、理解能力及总结能力。

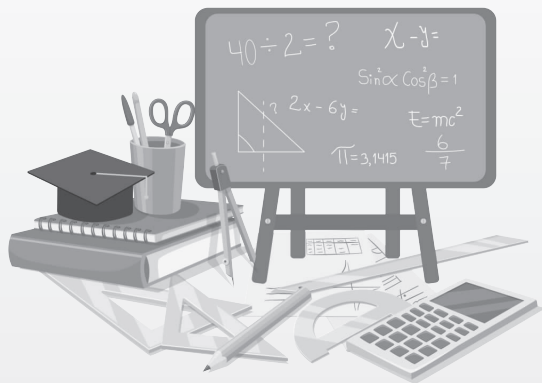
典型例题——对经典例题进行详细讲解,使学生能更好地掌握课本知识。

巩固练习——分为基础巩固和能力提升两部分。通过自我检测,使学生做到及时查漏补缺,确保“当堂内容当堂清”。

章节测试题——通过章节测试,既能强化学生对相应章节知识之间关系的认识,又能培养学生解决综合问题的能力及数学思想,提升其解题技巧。

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编者



目录

CONTENTS

第六章 直线和圆的方程 1

6.1 坐标系中的基本公式	2
6.1.1 数轴上的距离公式与中点公式	2
6.1.2 平面直角坐标系中的距离公式与中点公式	4
6.2 直线的方程	7
6.2.1 直线与方程	7
6.2.2 直线的倾斜角和斜率	8
6.2.3 直线方程的几种形式	11
6.2.4 直线与直线的位置关系	17
6.2.5 点到直线的距离	23
6.3 圆的方程	26
6.3.1 圆的标准方程	26
6.3.2 圆的一般方程	28
6.4 直线与圆的位置关系	32
6.5 直线与圆的方程的应用	37
第六章测试题	41

第七章 简单几何体 43

7.1 认识空间几何体	44
7.1.1 认识多面体与旋转体	44
7.1.2 棱柱、棱锥	46
7.1.3 圆柱、圆锥、球	50



7.2 空间几何体的三视图与直观图	55
7.3 空间几何体的表面积和体积	62
7.3.1 空间几何体的表面积	62
7.3.2 空间几何体的体积	68
第七章测试题	76

第八章 概率与统计初步	79
--------------------	-----------

8.1 概率初步	80
8.1.1 随机试验与古典概型	80
8.1.2 用频率估计概率	86
8.1.3 概率的加法公式	89
8.2 统计初步	93
8.2.1 总体、样本和抽样方法	93
8.2.2 数据的直观表示	104
8.2.3 样本平均数与标准差	111
第八章测试题	115

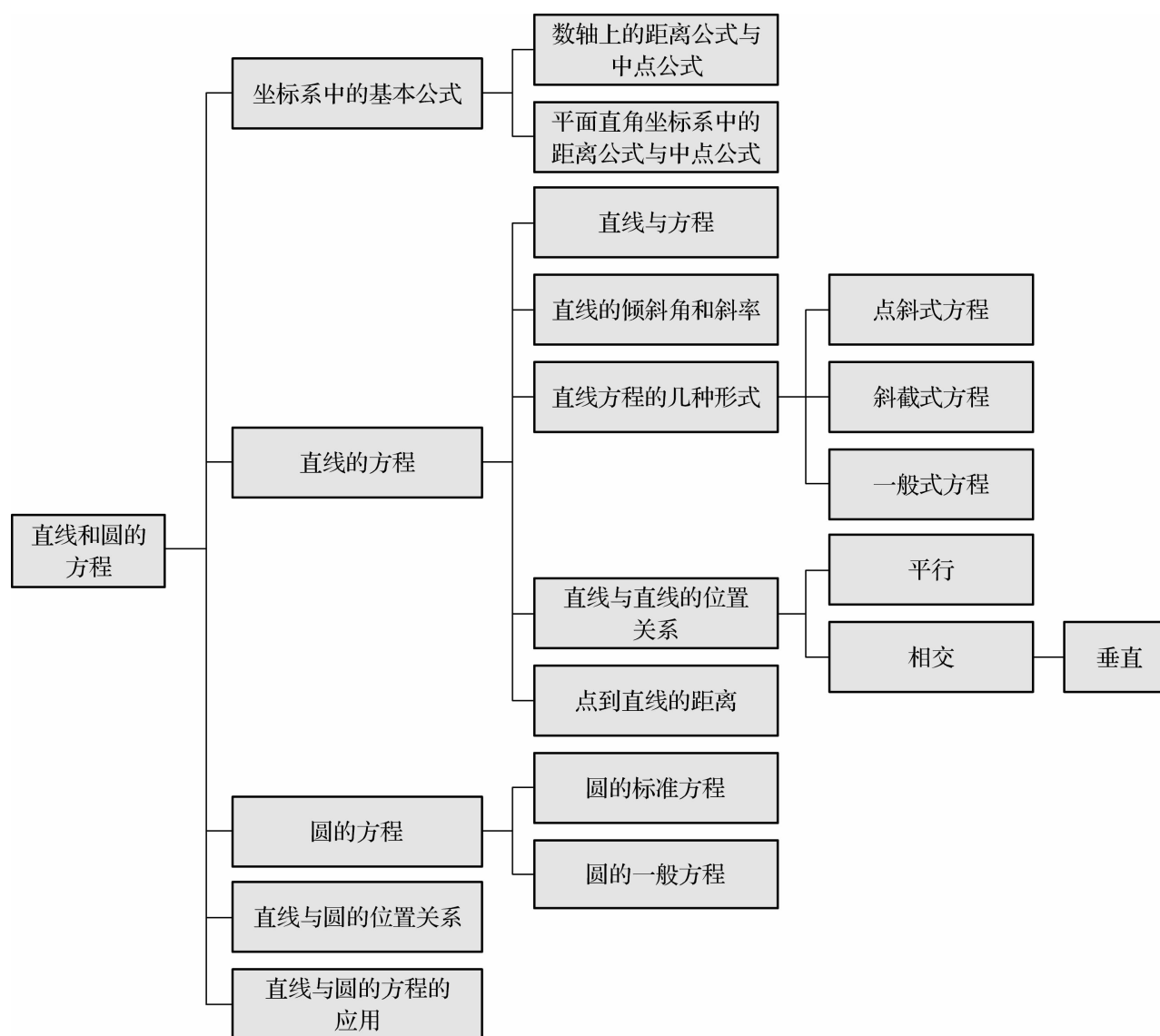
期末测试题	118
--------------	------------

第六章

直线和圆的方程



知识脉络





6.1 坐标系中的基本公式



6.1.1 数轴上的距离公式与中点公式



学习目标

掌握数轴上两点间的距离公式与中点公式.



知识梳理

1. 数轴上两点间的距离公式:一般地,在数轴上,如果 $A(x_1), B(x_2)$, 那么这两点间的距离公式为 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 数轴上两点间的中点公式:一般地,在数轴上,以 $A(x_1), B(x_2)$ 两点为端点的线段中点坐标 x 满足中点公式 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 已知点 $A(2), B(-4)$, 求:

(1) $|AB|$;

(2) 线段 AB 的中点坐标.

解 (1) $|AB| = |-4 - 2| = 6$.

(2) 设 $M(x)$ 是线段 AB 的中点, 则 $x = \frac{2 - 4}{2} = -1$, 即线段 AB 的中点坐标为 -1 .

点拨 熟记数轴上两点间的距离公式与中点公式.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 已知 $A(3), B(-1)$, 则线段 AB 的中点 M 的坐标为 ()

A. 2

B. -1

C. 1

D. 3



2. 两点 $P_1(4), P_2(6)$ 之间的距离为 ()
 A. 2 B. 4 C. 6 D. 10
3. 已知数轴上的点 A 到点 $B(-2)$ 的距离是 8, 则点 A 的坐标是 ()
 A. 6 B. -10 C. 10 或 -6 D. 6 或 -10

二、填空题

4. 两点 $M(-2), N(-7)$ 之间的距离为_____.
5. 若一个正数 x 与它的相反数在数轴上所表示的点的距离为 8, 则 $x=_____$.
6. 已知 $A(4), B$, 线段 AB 的中点 $M(1)$, 则点 B 的坐标为_____.

三、解答题

7. 在数轴上标出坐标满足下列条件的所有点.
 (1) $x > 4$; (2) $x \leq 3$; (3) $-1 < x < 5$; (4) $-1 \leq x \leq 0$.

能力提升

1. 如果 a 是负数, 且 $|a| > |-2|$, 那么数轴上表示数 a 的点的位置是 ()
 A. 在表示 2 的点的左边 B. 在表示 2 的点的右边
 C. 在表示 -2 的点的左边 D. 在表示 -2 的点的右边
2. 若点 A, B, C 在同一条数轴上, 其中 $A(-4), B(1)$, 若 $|BC| = 2$, 则 $|AC| =$ ()
 A. 3 B. 5 或 7 C. 3 或 5 D. 3 或 7
3. 已知数轴上一点 $M(x)$ 到点 $A(-4)$ 的距离是到点 $B(2)$ 的距离的 3 倍, 求点 M 的坐标.

4. 在数轴上, 画出对应代数式 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ ($abc \neq 0$) 值的所有点.



知识梳理答案

1. $|x_2 - x_1|$

2. $\frac{x_1 + x_2}{2}$

6.1.2 平面直角坐标系中的距离公式与中点公式



学习目标

1. 掌握两点间的距离公式和线段的中点公式.
2. 理解平面直角坐标系中的对称问题.



知识梳理

1. 平面直角坐标系中的距离公式:在平面直角坐标系中,设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是坐标平面上的任意两点,则 A 与 B 间的距离为 $|AB| =$ _____.

2. 平面直角坐标系中的中点公式:设 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系内的任意两点, $P(x, y)$ 是线段 P_1P_2 的中点,则 $x =$ _____, $y =$ _____.

3. 对称问题:一般地,设点 $P(a, b)$ 为坐标平面内任意一点,则点 $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为 _____,点 $P(a, b)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为 _____,点 $P(a, b)$ 关于坐标原点的对称点的坐标为 _____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 求两点 $P_1(-1, 3), P_2(2, 5)$ 之间的距离.

解 $|P_1P_2| = \sqrt{[2 - (-1)]^2 + (5 - 3)^2} = \sqrt{13}$.

点拨 熟记两点间的距离公式,若两点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$,则 P_1, P_2 两点间的距离 $|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

例2 已知点 $M(1, -5), N(4, -6)$,求点 M 关于点 N 对称的点 P 的坐标.

解 设所求点 P 的坐标为 (x, y) ,由 $N(4, -6)$ 是线段 MP 的中点,可得 $\frac{1+x}{2} = 4, \frac{-5+y}{2} = -6$,解得 $x = 7, y = -7$.故点 M 关于点 N 对称的点 P 的坐标为 $(7, -7)$.

点拨 如果点 M 与点 P 关于点 N 对称,那么点 N 是线段 MP 的中点,利用中点坐标公式可求出点 P 的坐标.



例3 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点为 $A(0,0)$, $B(7,2)$, $C(-1,4)$, D 是边 BC 的中点. 求 BC 边上中线 AD 的长.

解 由题意, 设 BC 边的中点 D 的坐标为 (x,y) , 则 $x = \frac{-1+7}{2} = 3$, $y = \frac{4+2}{2} = 3$, 即 $D(3,3)$.

再由两点间的距离公式得中线 AD 的长 $|AD| = \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} = 3\sqrt{2}$.

点拨 在三角形中, 连接一个顶点和它的对边中点的线段称为三角形的中线, 一个三角形有三条中线.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 已知 $A(2,3)$, $B(4,-1)$, 则线段 AB 的中点 M 的坐标为 ()
A. $(2,-4)$ B. $(-2,4)$ C. $(3,1)$ D. $(6,2)$
2. 两点 $P_1(1,4)$, $P_2(-2,6)$ 之间的距离为 ()
A. 6 B. $\sqrt{13}$ C. 13 D. 8
3. 已知两点 $P_1(0,6)$, $P_2(a,-2)$ 之间的距离是10, 则 a 的值是 ()
A. 6 B. -6 C. 8 D. ± 6
4. 点 $A(5,8)$ 关于坐标原点的对称点为 ()
A. $(5,8)$ B. $(-5,-8)$ C. $(-5,8)$ D. $(5,-8)$
5. 已知 $A(-1,3)$, $B(1,-1)$, 则点 A 关于点 B 的对称点为 ()
A. $(1,3)$ B. $(-1,3)$ C. $(3,-5)$ D. $(2,-4)$
6. 已知 $M(-2,3)$, N 在 x 轴上, 若 $|MN|=5$, 则点 N 的坐标为 ()
A. $(2,0)$ B. $(2,0)$ 或 $(-6,0)$
C. $(0,2)$ D. $(0,2)$ 或 $(0,-6)$

二、填空题

7. 点 $A(-1,7)$ 关于 x 轴的对称点为_____.
8. 已知 $A(a,3)$, $B(3,3a+3)$ 两点间的距离是5, 则 a 的值为_____.
9. 已知 $M(2,-2)$, $N(-3,m)$, 若 $|MN|=13$, 则 m 的值为_____.
10. 已知 $M(3,n)$ 是以 $P(m,-1)$ 和 $Q(2,6)$ 为端点的线段的中点, 则 m 的值为_____, n 的值为_____.

三、解答题

11. 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2,-3)$, $B(6,-3)$, $C(6,0)$, 且 D 是 AB 的中点.
(1)求点 D 的坐标;



(2)求 AB 边上中线 CD 的长.

12. 已知 $A(2, y), B(4, 10), C(x, 6)$, 且点 A, B 关于点 C 对称, 求 x 与 y 的值.

能力 提升

1. 已知 $A(-3, 4), B(2, \sqrt{3})$, 在 x 轴上的点 M 与 A, B 的距离相等, 则点 M 的坐标为_____.

2. 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-a, 0), B(a, 0), C(0, \sqrt{3}a)$.

(1)求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形;

(2)求这个三角形的中线长.

3. 已知一平行四边形的三个顶点的坐标分别为 $(-1, -2), (3, 0), (5, 6)$, 求该平行四边形的第四个顶点的坐标.

知识梳理答案

1. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

2. $\frac{x_1 + x_2}{2} \quad \frac{y_1 + y_2}{2}$

3. $(a, -b) \quad (-a, b) \quad (-a, -b)$



6.2 直线的方程



6.2.1 直线与方程



学习目标

理解直线的方程的概念.



知识梳理

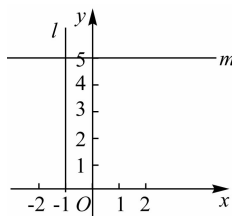
一般地,在平面直角坐标系中,给定一条直线,如果直线上点的坐标都满足某个方程,而且满足这个方程的坐标所表示的点都在给定的直线上,那么这个方程称为这条直线的方程.



典型例题

例 分别写出下列直线的方程.

- (1) 直线 l 平行于 y 轴,且通过点 $(-1, 5)$;
- (2) 直线 m 垂直于 y 轴,且通过点 $(-1, 5)$.



解 (1) 画图易知直线 l 上点的横坐标都是一1,而且,横坐标是一1的点都在直线 l 上,所以直线 l 的方程是 $x = -1$.

(2) 画图易知直线 m 上点的纵坐标都是5,而且,纵坐标是5的点都在直线 m 上,所以直线 m 的方程是 $y = 5$.

点拨 画图解决问题更清晰明朗.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 下列各点中,在直线 $y = 6x - 5$ 上的是 ()
 A. $(1, 1)$ B. $(-1, 1)$ C. $(-1, -1)$ D. $(1, -1)$
2. 若点 $(1, -1)$ 在直线 $2x + 3y + c = 0$ 上,则 c 等于 ()
 A. 1 B. -1 C. 5 D. -5



3. 已知点 $A(1,5)$ 位于 $x=b$ 上, 则 b 的值为 ()
A. 1 B. -1 C. 5 D. -5
4. 过点 $(2,-4)$ 且平行于 y 轴的直线方程为 ()
A. $x=-4$ B. $y=-4$ C. $x=2$ D. $y=2$

二、填空题

5. 垂直于 x 轴, 且过点 $(1,3)$ 的直线方程为_____.
6. 若点 $P(a,1)$ 在直线 $y=2x+3$ 上, 则 $a=$ _____.

三、解答题

7. 已知点 $(a,1), (-1,b)$ 确定的直线方程是 $y=-3x+1$, 求 a, b 的值.

能力提升

1. 已知点 $A(a,b)$ 在方程为 $y=-2$ 的直线上, 则不在该直线上的点为 ()
A. $(2,-2)$ B. $(0,2)$ C. $(-2,-2)$ D. $(0,-2)$
2. 若直线过点 $A(-1,1), B(-1,a-2) (a \neq 3)$, 则直线的方程为_____.
3. 方程为 $(3m-2)x + (m^2+2)y - 2m + 6 = 0$ 的直线 l 经过定点 $P(1,0)$, 求 m 的值.

6.2.2 直线的倾斜角和斜率



学习目标

1. 理解直线的倾斜角与斜率的概念.
2. 掌握直线的斜率的计算方法.



知识梳理

1. 直线的倾斜角: 当直线 l 与 x 轴相交时, 直线 l 向上的方向与 x 轴的正方向所成的最小正角 α , 称为直线 l 的_____. 规定, 直线 l 与 y 轴垂直时, 直线 l 的倾斜角为 0° , 因此, 直线 l



的倾斜角 α 的取值范围是_____.

2. 直线的斜率: 若直线 l 的倾斜角为 α , 当 $\alpha \neq 90^\circ$ 时, 称倾斜角 α 的正切值为直线 l 的_____, 常用小写字母 k 表示, 即_____.

3. 直线的斜率公式: 设点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 为直线 l 上的任意两点, 且 $x_1 \neq x_2$, 则直线 l 的斜率 $k =$ _____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 已知一条直线经过 $A(3, 4), B(5, 7)$ 两点, 求直线 AB 的斜率和倾斜角.

解 由斜率公式可知, 直线 AB 的斜率为 $k = \frac{7-4}{5-3} = \frac{3}{2}$, 即 $\tan \alpha = \frac{3}{2}$. 由于 $0 \leq \alpha < \pi$, 即 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$, 故倾斜角 $\alpha \approx 56^\circ$.

点拨 求倾斜角时, 如果三角函数值不是特殊角的三角函数值, 那么利用计算器计算.

例 2 证明 $A(2, 3), B(1, -3), C(3, 9)$ 三点共线.

证明 因为 $k_{AB} = \frac{-3-3}{1-2} = 6, k_{BC} = \frac{9-(-3)}{3-1} = 6, k_{AB} = k_{BC}$, 且 AB, BC 有公共点 B , 所以 A, B, C 三点共线.

点拨 三点共线即三点在一条直线上, 故过每两点的直线的斜率相等.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 直线的倾斜角 α 的取值范围是 ()

- A. $0 \leq \alpha < \pi$ B. $0 \leq \alpha < \pi$ 且 $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$
C. $0 \leq \alpha < 2\pi$ D. $0 \leq \alpha \leq \pi$

2. 下列命题中正确命题的个数是 ()

- ①任何一条直线都有唯一的倾斜角;
②一条直线的倾斜角可以是一 30° ;
③倾斜角是 0° 的直线只有一条.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 若直线过点 $(1, 2), (4, 2+\sqrt{3})$, 则此直线的倾斜角 $\alpha =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$



4. 若直线的倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则此直线的斜率 $k =$ ()

A. 1 B. -1 C. 0 D. 无法确定

5. 若直线经过点 $A(-1, -5), B(1, 5)$, 则此直线的斜率 $k =$ ()

A. -1 B. $\sqrt{3}$ C. 5 D. -5

6. 与 x 轴平行的直线的倾斜角是 ()

A. 0 B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 不存在

二、填空题

7. 写出下图中直线 l 的倾斜角及斜率.

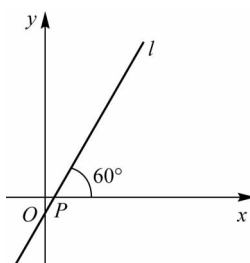


图 1

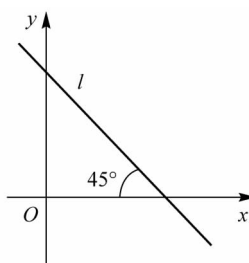


图 2

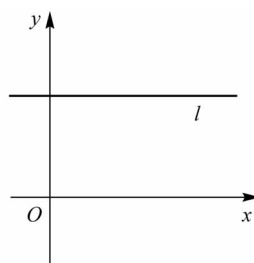


图 3

(1) 图 1 中, 倾斜角 $\alpha =$ _____, 斜率 $k =$ _____;

(2) 图 2 中, 倾斜角 $\alpha =$ _____, 斜率 $k =$ _____;

(3) 图 3 中, 倾斜角 $\alpha =$ _____, 斜率 $k =$ _____.

8. 倾斜角为 30° 的直线的斜率为 _____.

9. 经过点 $(3, -5)$ 与 $(5, -3)$ 的直线的倾斜角 $\alpha =$ _____, 斜率 $k =$ _____.

10. 已知点 $A(a, c), B(b, c) (a \neq b)$, 则直线 AB 的倾斜角是 _____.

三、解答题

11. 根据给出的条件, 计算直线的倾斜角或斜率.

(1) 直线的倾斜角 $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, 求斜率 k ;

(2) 直线的倾斜角 $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, 求斜率 k ;

(3) 直线的斜率 $k = -1$, 求倾斜角 α ;

(4) 直线经过点 $A(-3, 5), B(2, -3)$, 求斜率 k .



12. 已知三点 $A(1,2), B(-1,0), C(5,4)$, 试判断这三点是否在同一条直线上, 为什么?

能力提升

1. 若过两点 $A(4,y), B(2,-3)$ 的直线的倾斜角是 135° , 则 $y=$ ()

A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

2. 若三点 $A(a,2), B(5,1), C(-4,2a)$ 在同一直线上, 求 a 的值.

知识梳理答案

1. 倾斜角 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$ 2. 斜率 $k = \tan \alpha$ 3. $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

6.2.3 直线方程的几种形式

1. 直线的点斜式方程和斜截式方程



学习目标

掌握直线的点斜式方程和斜截式方程.



知识梳理

1. 直线的点斜式方程: 设直线 l 经过点 $P(x_0, y_0)$, 且斜率为 k , 则直线 l 的方程为_____.

当斜率 $k=0$ 时, 直线 l 的方程为_____. 此时直线 l 平行于 x 轴(或与 x 轴重合).

当斜率不存在时, 直线 l 的方程为_____. 此时直线 l 平行于 y 轴(或与 y 轴重合).

2. 直线的截距: 一般地, 把直线 l 与 y 轴的交点 $(0, b)$ 的纵坐标_____称为直线 l 在 y 轴上的_____.



3. 直线的斜截式方程: 设直线 l 在 y 轴上的截距是 b , 且斜率为 k , 则直线 l 的方程为_____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 已知直线 l_1 和 l_2 的倾斜角分别为 $\frac{2\pi}{3}$ 和 $\frac{\pi}{2}$, 并且两条直线都经过点 $(1, -2)$, 求直线 l_1 和 l_2 的方程.

解 直线 l_1 的斜率 $k_1 = \tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$, 且经过点 $(1, -2)$, 故直线 l_1 的点斜式方程为 $y - (-2) = -\sqrt{3}(x - 1)$.

直线 l_2 的斜率不存在且经过点 $(1, -2)$, 故其方程为 $x = 1$.

点拨 已知一点坐标和倾斜角, 用点斜式求直线方程, 但直线 l_2 的倾斜角为 $\frac{\pi}{2}$, 这时斜率不存在, 因此 l_2 是经过点 $(1, -2)$ 且垂直于 x 轴的直线.

例 2 已知直线 l 过点 $A(4, 0)$, 且在 y 轴上的截距是 -3 , 求直线 l 的斜截式方程.

解 因为直线 l 过点 $A(4, 0)$, 且在 y 轴上的截距是 -3 , 所以直线 l 过点 $(4, 0)$ 和 $(0, -3)$, 将它们代入斜率公式, 得 $k = \frac{-3 - 0}{0 - 4} = \frac{3}{4}$.

又因为直线在 y 轴上的截距是 -3 , 所以直线的斜截式方程为 $y = \frac{3}{4}x - 3$.

点拨 求直线的斜截式方程, 只要求出直线的斜率和在 y 轴上的截距即可解决问题.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 下面四个直线方程中, 可以看作直线的斜截式方程的是 ()

- A. $x = 3$ B. $y = -5$ C. $2y = x$ D. $x = 4y - 1$

2. 已知直线 l 的方程为 $y - 1 = -\sqrt{3}(x + \sqrt{3})$, 则 l 的倾斜角 α 和在 y 轴上的截距 b 分别为 ()

- A. $\alpha = \frac{\pi}{3}, b = 2$ B. $\alpha = \frac{\pi}{3}, b = -2$ C. $\alpha = \frac{2\pi}{3}, b = 2$ D. $\alpha = \frac{2\pi}{3}, b = -2$

3. 若 $k < 0, b > 0$, 则直线 $y = kx + b$ 必不通过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限





4. 经过点 $(0,3)$ 且斜率为1的直线的方程为 ()

- A. $y=x+3$ B. $y=x-3$ C. $y=-x+3$ D. $y=-x-3$

5. 直线 $x-2y+8=0$ 在 y 轴上的截距为 ()

- A. 8 B. 4 C. -4 D. -8

二、填空题

6. 过点 $(2,-3)$ 且倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的直线的点斜式方程为_____.

7. 过点 $(3,-5)$ 且倾斜角为 0° 的直线的方程为_____.

8. 若直线的斜截式方程为 $y=4x-3$, 则直线的斜率是_____, 在 y 轴上的截距是_____.

三、解答题

9. 求满足下列条件的直线的方程, 用点斜式或斜截式表示.

(1) 经过点 $(-3,-3)$, 且倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$;

(2) 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$, 且在 y 轴上的截距为 5;

(3) 经过点 $A(-1,-4), B(1,2)$.

能力提升

1. 斜率与直线 $y=\frac{3}{2}x$ 的斜率相等, 且过点 $(-4,3)$ 的直线的斜截式方程是_____.

2. 求过点 $(-1,2)$, 且平行于 x 轴的直线的方程.

3. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-5,6), B(-1,-4), C(3,2)$, 求 BC 边上中线 AD 所在直线的方程.



知识梳理答案

1. $y - y_0 = k(x - x_0)$ $y = y_0$ $x = x_0$

2. b 截距

3. $y = kx + b$

2. 直线的一般式方程



学习目标

1. 了解直线方程的一般式形式.
2. 掌握直线的点斜式方程化为一般式方程的方法.
3. 掌握直线的斜截式方程与一般式方程之间的互化.



知识梳理

1. 直线的一般式方程:二元一次方程_____ (A, B 不同时为零)称为直线的一般式方程.

2. 直线的一般式方程的讨论

(1)当 $A \neq 0, B \neq 0$ 时,直线的一般式方程 $Ax + By + C = 0$ 可化为 $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$,它表示斜率为_____,且在 y 轴上的截距为_____的直线;

(2)当 $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ 时,直线的一般式方程 $Ax + By + C = 0$ 可化为 $y = -\frac{C}{B}$,它表示经过点_____,且平行于_____轴的直线;

(3)当 $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ 时,直线的一般式方程 $Ax + By + C = 0$ 可化为 $x = -\frac{C}{A}$,它表示经过点_____,且平行于_____轴的直线.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 求直线 $2x - y - 6 = 0$ 的斜率及直线在 y 轴上的截距.解 直线 $2x - y - 6 = 0$ 可化为 $y = 2x - 6$,所以此直线的斜率为 2,在 y 轴上的截距为 -6.点拨 把直线的一般式方程化为斜截式方程,可以很容易求出直线的斜率和在 y 轴上的截距.

例 2 求满足下列条件的直线的一般式方程.

(1)直线经过点 $A(-1, 4)$,倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$;(2)直线倾斜角的余弦值为 $\frac{4}{5}$,且过点 $(-4, 0)$.



解 (1)由题意可得, $k = \tan \frac{3\pi}{4} = -1$, 所以直线方程为 $y - 4 = -(x + 1)$, 即一般式方程为 $x + y - 3 = 0$.

(2)设所求直线方程为 $y = kx + b$, 倾斜角为 α , 因为 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in [0, \pi)$, 所以 $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{3}{5}$, 解得 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4}$, 即 $k = \frac{3}{4}$. 因为直线过点 $(-4, 0)$, 将点 $(-4, 0)$ 代入 $y = \frac{3}{4}x + b$, 得 $b = 3$. 所以直线方程为 $y = \frac{3}{4}x + 3$, 化为一般式方程为 $3x - 4y + 12 = 0$.

点拨 根据直线方程的几种形式可选取合适的方法求解直线方程, 最终化为一般式方程. 在用点斜式方程时, 求斜率的方法一般有两种, 即已知两点求斜率和已知倾斜角求斜率.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

- 经过点 $(2, -5)$ 且与 y 轴垂直的直线的方程为 ()
A. $x = 2$ B. $y = 2$ C. $x = -5$ D. $y = -5$
- 经过点 $(6, -4)$ 且与 y 轴平行的直线的方程为 ()
A. $x = 6$ B. $y = 6$ C. $x = -4$ D. $y = -4$
- 直线 $\sqrt{3}x + y + 5 = 0$ 的倾斜角为 ()
A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$
- 过点 $(-2, 0)$ 且在 y 轴上的截距为 3 的直线的一般式方程为 ()
A. $3x + 2y + 6 = 0$ B. $3x - 2y + 6 = 0$
C. $2x + 3y + 6 = 0$ D. $2x - 3y + 6 = 0$
- 倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$, 且在 y 轴上的截距为 5 的直线的一般式方程为 ()
A. $x + y - 5 = 0$ B. $x - y + 5 = 0$
C. $x + y + 5 = 0$ D. $x - y - 5 = 0$
- 若直线 $ax + by + c = 0$ 在第一、二、三象限, 则 ()
A. $ab > 0, bc < 0$ B. $ab > 0, bc > 0$
C. $ab < 0, bc < 0$ D. $ab < 0, bc > 0$

二、填空题

- 若方程 $mx + (m^2 + m)y^2 + 2 = 0$ 表示一条直线, 则 $m =$ _____.
- 过点 $(-1, -1)$, 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线的一般式方程为 _____.



9. 已知直线 l 过点 $(2, 3)$, 若直线 l 平行于 x 轴, 则直线 l 的一般式方程为_____; 若直线 l 平行于 y 轴, 则直线 l 的一般式方程为_____.

10. 已知直线 l 经过点 $A(-2, -7), B(1, 2)$, 则直线 l 的斜率 $k =$ _____; 直线 l 的一般式方程为_____.

三、解答题

11. 求直线 $2(x-1)=y+3$ 的斜率及直线在 y 轴上的截距.

12. 根据下列各条件写出直线的方程, 并且化成一般式方程.

(1) 经过点 $A(6, -4)$, 斜率为 $-\frac{4}{3}$;

(2) 经过点 $B(4, 2)$, 平行于 x 轴;

(3) 经过两点 $P_1(3, -2), P_2(5, 4)$.

能力提升

1. 若直线 $ax+by+1=0$ 平行于 x 轴, 则有 ()

A. $a \neq 0, b \neq 0$

B. $a=0, b=0$

C. $a \neq 0, b=0$

D. $a=0, b \neq 0$

2. 已知三角形的三个顶点 $A(-5, 0), B(3, -3), C(0, 2)$, 求:

(1) AC 边所在直线的斜率和一般式方程;

(2) BC 边上中线所在直线的一般式方程.

3. 已知直线 l 经过点 $P(-5, -4)$, 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 5, 求直线 l 的方程, 并将直线的方程化为一般式方程.



知识梳理答案

1. $Ax + By + C = 0$

2. (1) $-\frac{A}{B}$ $-\frac{C}{B}$ (2) $(0, -\frac{C}{B})$ x (3) $(-\frac{C}{A}, 0)$ y

6.2.4 直线与直线的位置关系

1. 直线与直线平行或相交



学习目标

1. 掌握求两条相交直线的交点的坐标的方法.
2. 理解两条直线平行的条件.
3. 掌握两条直线平行的判定方法.



知识梳理

1. 直线的交点: 假设两条直线的斜率存在, 则两条直线的方程可分别设为 $l_1: y = k_1x + b_1$ 与 $l_2: y = k_2x + b_2$, 它们的交点坐标通过方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2 \end{cases}$ 求解.
方程组有 _____ $\Leftrightarrow l_1, l_2$ 相交, 交点坐标就是方程组的解.
2. 两条斜率存在的直线的位置关系: 如果直线 $l_1: y = k_1x + b_1$, 直线 $l_2: y = k_2x + b_2$, 那么 l_1 与 l_2 相交 $\Leftrightarrow$ _____; l_1 与 l_2 平行 $\Leftrightarrow$ _____; l_1 与 l_2 重合 $\Leftrightarrow$ _____.
3. 两条斜率不存在的直线的位置关系: 如果直线 l_1 和 l_2 的斜率都不存在, 它们都垂直于 x 轴, $l_1: x = x_1$, $l_2: x = x_2$, 当 $x_1 = x_2$ 时, 直线 l_1 与 l_2 _____, 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 直线 l_1 与 l_2 _____.
4. 一条直线的斜率存在, 另一条直线的斜率不存在时, 两条直线_____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 求直线 $x + 2y - 5 = 0$ 与直线 $y = x + 1$ 的交点的坐标.

解 因为直线 $x + 2y - 5 = 0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$, 直线 $y = x + 1$ 的斜率为 1, 斜率不相等, 所以两条直线相交. 解方程组 $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0, \\ y = x + 1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2, \end{cases}$ 所以交点的坐标为 $(1, 2)$.





点拨 若直线 l_1 与直线 l_2 相交,则两条直线交点的坐标就是两条直线的方程的公共解.

例 2 判断下列各组中两条直线的位置关系(相交、平行或重合).

- (1) $l_1: y=x+6, l_2: y=x-1$;
 (2) $l_1: y=2x+3, l_2: y=2+3x$;
 (3) $l_1: 6x+2y-2=4, l_2: y=-3x+2$;
 (4) $l_1: x+2y+1=2, l_2: 2x+y=0$;
 (5) $l_1: x=1, l_2: x=-2$;
 (6) $l_1: y=1, l_2: y=-2$;
 (7) $l_1: x=4, l_2: y=-1$;

解 (1)因为直线 $y=x+6$ 与 $y=x-1$ 的斜率都为 1,且在 y 轴上的截距不相等,即 $k_1=k_2, b_1 \neq b_2$, 所以两条直线平行.

(2)因为直线 $y=2x+3$ 与 $y=2+3x$ 的斜率不相等,所以两条直线相交.

(3)因为直线 $6x+2y-2=4$ 与 $y=-3x+2$ 的斜率相等,且在 y 轴上的截距不相等,即 $k_1=k_2, b_1 \neq b_2$, 所以两条直线平行.

(4)因为直线 $x+2y+1=2$ 与 $2x+y=0$ 的斜率不相等,所以两条直线相交.

(5)因为直线 $x=1$ 与 $x=-2$ 都垂直于 x 轴,两条直线的斜率都不存在,所以两条直线平行.

(6)因为直线 $y=1$ 与 $y=-2$ 的斜率都为 0,且 $b_1 \neq b_2$, 所以两条直线平行.

(7)因为直线 $x=4$ 的斜率不存在,直线 $y=-1$ 的斜率为 0, 所以两条直线相交.

点拨 判断两直线平行时要注意应用 $k_1=k_2, b_1 \neq b_2$. 若 $k_1=k_2, b_1=b_2$, 则两条直线重合.

例 3 求过点 $P(1, -5)$, 且与直线 $3x+y-10=0$ 平行的直线方程.

解 由题意可设所求直线方程为 $3x+y+C=0 (C \neq -10)$, 把点 P 的坐标代入得 $3-5+C=0$, 解得 $C=2$, 因此所求直线方程是 $3x+y+2=0$.

点拨 用公式和待定系数法求直线方程的要点:通过对已知条件的分析,寻求满足直线方程的两个独立的条件,代入公式写出直线方程或列出直线方程求待定系数.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

1. 若直线 l 与直线 $4x-y-2=0$ 平行,则直线 l 的斜率为 ()
 A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
2. 直线 $x-y+3=0$ 与直线 $2x-2y-8=0$ 的位置关系是 ()
 A. 平行 B. 不平行



C. 平行或重合

D. 既不平行也不重合

3. 直线 $x-2y+6=0$ 与 $2x+y-3=0$ 的交点的坐标是 ()A. $(-3,0)$ B. $(3,0)$ C. $(0,3)$ D. $(0,-3)$ 4. 若直线 $mx+y-2=0$ 与 $x+y-1=0$ 互相平行, 则实数 m 的值为 ()A. 0 B. -1 C. 1 D. $\frac{1}{2}$ 5. 过点 $(2,4)$ 且与直线 $2x+4y+3=0$ 平行的直线的方程是 ()A. $2x+y-8=0$ B. $x+2y-10=0$ C. $x+2y+10=0$ D. $2x+y+8=0$ 6. 若直线 $4x-3y+m=0$ 与直线 $8x-6y-8=0$ 重合, 则实数 m 的值为 ()

A. 4 B. -4 C. 8 D. -8

二、填空题

7. 若直线 $x-2ay-1=0$ 与直线 $x-ay+5=0$ 平行, 则 $a=$ _____.8. 直线 $x-4=0$ 与 $y=-2$ 的交点的坐标是_____.9. 已知直线 $4x-y+C=0$ 与 $3x+y-5=0$ 的交点的坐标是 $(1,2)$, 则 $C=$ _____.

三、解答题

10. 判断下列各组中两条直线是否相交. 若相交, 求出交点的坐标.

(1) $l_1: x-2y=10$ 与 $l_2: 2x+y=0$;(2) $l_1: 2x+3y+2=4$ 与 $l_2: y=x-1$.11. 求经过点 $A(2,3)$ 及两条直线 $l_1: 2x+5y+3=0$ 与 $l_2: y=x-2$ 的交点 B 的直线方程.



12. (1) 已知直线 l 经点 $(3, 7)$, 且与直线 $y = 3x + 5$ 平行, 求直线 l 的方程;
 (2) 已知直线 l 经过点 $(0, 2)$, 且与直线 $x + 2y + 1 = 2$ 平行, 求直线 l 的方程;
 (3) 已知直线 l 经过点 $(-1, 3)$, 且与直线 $y = -2$ 平行, 求直线 l 的方程.

能力提升

1. 若直线 $x + ay - 2a - 2 = 0$ 与 $ax + y - a - 1 = 0$ 互相平行, 则实数 a 的值为 ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. -1 C. 1 D. $\frac{1}{2}$
2. 如果两直线 $2x + 3y - k = 0$ 和 $x - ky + 12 = 0$ 的交点在 y 轴上, 那么 k 的值是 ()
 A. -24 B. 6 C. ± 6 D. ± 24
3. 若直线 $y = kx + 3$ 与直线 $y = \frac{1}{k}x - 5$ 的交点在直线 $y = x$ 上, 则 $k =$ _____.
4. 已知直线 l 经过 $(-1, -2)$, 且与倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线平行, 求直线 l 的方程.

知识梳理答案

1. 唯一解 2. $k_1 \neq k_2$ $k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$ $k_1 = k_2, b_1 = b_2$
 3. 重合 平行 4. 相交

2. 直线与直线垂直



学习目标

1. 理解两条直线垂直的条件.
 2. 掌握两条直线垂直的判定方法.



知识梳理

两条直线垂直的判定:

(1) 当直线 $l_1: y=k_1x+b_1$ 与直线 $l_2: y=k_2x+b_2$ 的斜率都存在且不等于零时, 如果它们互相垂直, 那么它们的斜率互为负倒数; 反之, 如果它们的斜率互为负倒数, 那么它们互相垂直, 记作 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow$ _____ 或 _____;

(2) 斜率不存在的直线与斜率为零的直线 _____.

(答案在本节末尾)



典型例题

例 1 判断直线 $x-2y+1=0$ 与直线 $y=2x+1$ 是否互相垂直.

解 因为直线 $x-2y+1=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 直线 $y=2x+1$ 的斜率为 2, 而 $\frac{1}{2} \times 2 = 1 \neq -1$, 所以两条直线不垂直.

点拨 如果直线 l_1 与直线 l_2 的斜率都存在且不等于零, 那么 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$.

例 2 已知直线 l 经过点 $(0, 2)$, 且垂直于直线 $x+2y+1=0$, 求直线 l 的方程.

解 因为直线 $x+2y+1=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$, 而直线 l 与 $x+2y+1=0$ 垂直, 所以直线 l 的斜率为 2, 从而直线 l 的方程为 $y=2x+2$.

点拨 如果直线 l_1 与直线 l_2 的斜率都存在且不等于零, 那么 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$, 依照公式我们可以求出直线 l 的斜率, 然后再根据斜截式求出直线的方程.



巩固练习

基础巩固

一、选择题

- 若直线 l 与直线 $x-y-2=0$ 垂直, 则直线 l 的斜率为 ()
A. 1 B. -1 C. 0 D. 不存在
- 直线 $2x+3y+5=0$ 与直线 $x-2y+3=0$ 的位置关系是 ()
A. 垂直 B. 平行
C. 相交但不垂直 D. 重合
- 直线 $x=2$ 与直线 $y=-3$ 的位置关系是 ()
A. 垂直 B. 平行
C. 相交但不垂直 D. 重合



4. 已知直线 $l_1: y=3x+1$ 与直线 $l_2: ax+y+1=0$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则 a 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

5. 过点 $P(-1, 3)$ 且垂直于直线 $x-2y+3=0$ 的直线方程为 ()

- A. $2x+y-5=0$ B. $2x+y-1=0$
C. $x+2y-5=0$ D. $x-2y+7=0$

二、填空题

6. 与直线 $x-y-7=0$ 垂直的直线的倾斜角是_____.

7. 和直线 $3x+4y-7=0$ 垂直, 并且过点 $(-2, 0)$ 的直线方程是_____.

8. 已知直线 $ax+2y-5=0$ 与直线 $2x-5y+7=0$ 垂直, 则 $a=$ _____.

9. 若直线 l 经过点 $(2, 1)$, 且垂直于 $x-2y+1=0$, 则直线 l 的方程为_____.

三、解答题

10. 已知直线 l 经过点 $(2, 0)$, 且与直线 $y=x-4$ 垂直相交于点 P .

(1) 求直线 l 的方程;

(2) 求点 P 的坐标.

能力提升

1. 若直线 $mx+4y-2=0$ 与直线 $2x-5y+n=0$ 垂直, 垂足为 $(1, p)$, 则实数 n 的值为 ()

- A. -12 B. -2 C. 0 D. 10

2. 求过直线 $3x+2y+1=0$ 与 $2x-3y+5=0$ 的交点, 且垂直于直线 $l: 6x-2y+5=0$ 的直线的方程.

3. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点为 $A(-2, 1)$, $B(2, 5)$, $C(4, -3)$, 求 BC 边上的高所在直线的方程.



知识梳理答案

$$(1) k_1 = -\frac{1}{k_2} \quad k_1 k_2 = -1 \quad (2) \text{互相垂直}$$

6.2.5 点到直线的距离



学习目标

1. 理解点到直线的距离公式.
2. 能求两条平行线间的距离.



知识梳理

1. 点到直线的距离公式: 点 $P_0(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为_____.

注意: 在使用公式前, 需要把直线方程化成一般式.

2. 【拓展】两条平行直线间的距离公式: 直线 $Ax + By + C_1 = 0$ 到直线 $Ax + By + C_2 = 0$ 的距离为_____.

注意: (1) 利用公式时, 要注意 x, y 的系数必须分别对应相等.

(2) 求两条平行线之间的距离时也可以先在一条直线上取一个坐标值比较简单的点, 然后利用点到直线的距离公式, 求出这个点到另一条直线的距离, 即为两条平行线间的距离.

(答案在本节末尾)



典型例题

例1 求点 $P(1, 0)$ 到直线 $l: x - y + 3 = 0$ 的距离.

解 根据点到直线的距离公式, 得 $d = \frac{|1 - 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{2}$.

点拨 在应用公式时要注意直线方程的形式, 不是一般式的要化成一般式.

例2 求两条平行直线 $2x + y + 1 = 0$ 与 $y = -2x + 4$ 之间的距离.

解 解法一: $y = -2x + 4$ 化成一般式为 $2x + y - 4 = 0$, 在直线 $2x + y + 1 = 0$ 上取一点 $(0, -1)$, 因为点 $(0, -1)$ 到直线 $2x + y - 4 = 0$ 的距离 $d = \frac{|2 \times 0 + 1 \times (-1) - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$, 故两条

平行直线 $2x + y + 1 = 0$ 与 $y = -2x + 4$ 之间的距离为 $\sqrt{5}$.

解法二: $d = \frac{|1 - (-4)|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$.



点拨 求两条平行线之间的距离叶可以先在一条直线上取一个坐标值比较简单的点,然后利用点到直线的距离公式,求出这个点到另一条直线的距离,即为两条平行线间的距离.还可以直接应用两平行线间的距离公式求解.

**巩固练习****基础巩固****一、选择题**

1. 原点到直线 $x+y+1=0$ 的距离为 ()

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 点 $P(1,2)$ 到直线 $4x+3y+5=0$ 的距离为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. 若点 $P(0,2)$ 到直线 $ax+4y+2=0$ 的距离为 2, 则 a 的值为 ()

- A. 3 B. 2 C. 3 或 -3 D. 2 或 -2

4. 两平行直线 $5x+12y+3=0$ 与 $10x+24y+5=0$ 之间的距离是 ()

- A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{1}{26}$ C. $\frac{2}{13}$ D. $\frac{5}{26}$

5. 若点 $(4,a)$ 到直线 $4x-3y-1=0$ 的距离等于 3, 则 a 的值为 ()

- A. 0 B. 10 C. 0 或 10 D. 不存在

6. 若点 $P(x,y)$ 在直线 $x+y-4=0$ 上, O 为原点, 则 $|OP|$ 的最小值是 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. 2

二、填空题

7. 点 $M(1,2)$ 到直线 $6x+8y+3=0$ 的距离为_____.

8. 两条平行直线 $4x+3y+6=0$ 与 $8x+6y+2=0$ 的距离为_____.

9. 点 $P(-1,2)$ 到直线 $x-3=0$ 的距离为_____.

10. 若点 $P(a,0)$ 到直线 $3x+4y-6=0$ 的距离大于 3, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题

11. 求 $P(2,-3)$ 到直线 $l: y=3x+1$ 的距离.



12. 已知直线 l 平行于直线 $4x-3y+5=0$, 且 $P(2, -3)$ 到 l 的距离为 4, 求直线 l 的方程.

能力 提升

1. 已知直线 l 经过点 $P(5, 10)$, 且原点到它的距离为 5, 则直线 l 的方程为_____.
2. 求与直线 $4x-3y+8=0$ 平行且距离为 3 的直线的方程.

知识梳理答案

$$1. d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$2. d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

(RJ)

数学同步提升与练习 **(基础模块·下)**

参考答案及解析

目 录

第六章 直线和圆的方程	1
6.1 坐标系中的基本公式	1
6.2 直线的方程	2
6.3 圆的方程	6
6.4 直线与圆的位置关系	8
6.5 直线与圆的方程的应用	9
第六章测试题	11
第七章 简单几何体	12
7.1 认识空间几何体	12
7.2 空间几何体的三视图与直观图	14
7.3 空间几何体的表面积和体积	16
第七章测试题	19
第八章 概率与统计初步	20
8.1 概率初步	20
8.2 统计初步	23
第八章测试题	27
期末测试题	29

第六章 直线和圆的方程

6.1 坐标系中的基本公式

6.1.1 数轴上的距离公式与中点公式

【基础巩固】

一、选择题

1. C 2. A

3. D 解析: 设点 A 的坐标为 x , 则 $|x - (-2)| = 8$, 解得 $x = 6$ 或 -10 .

二、填空题

4. 5 5. 4 6. -2

三、解答题

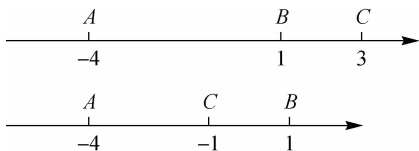
7. 略.

【能力提升】

1. C

2. D 解析: 因为 $A(-4), B(1)$, 所以 $|AB| = 5$.

因为 $|BC| = 2$, 所以 $|AC| = |AB| + |BC| = 7$, 或 $|AC| = |AB| - |BC| = 3$.



3. 解: 由题意可得 $|x - (-4)| = 3|x - 2|$, 即 $x + 4 = 3(x - 2)$, 或 $x + 4 = -3(x - 2)$, 解得 $x = 5$ 或 $x = \frac{1}{2}$.

4. 解: 当 $a > 0, b > 0, c > 0$ 时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 3$;

当 $a > 0, b > 0, c < 0$ 时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 1$;

当 $a > 0, b < 0, c < 0$ 时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = -1$;

当 $a < 0, b < 0, c < 0$ 时, $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = -3$.

所以代数式 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c}$ ($abc \neq 0$) 的值有 $\pm 1, \pm 3$ 四个, 数轴表示略.

6.1.2 平面直角坐标系中的 距离公式与中点公式

【基础巩固】

一、选择题

1. C

2. B 解析: $|P_1 P_2| = \sqrt{(-2-1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{13}$.

3. D 解析: 由条件知 $\sqrt{a^2 + (-8)^2} = 10$, 所以 $a^2 = 36$, 所以 $a = \pm 6$.

4. B 解析: 关于原点对称相当于以原点为中点.

5. C 解析: 设点 A 关于点 B 的对称点为 C , 则点 B 为线段 AC 的中点, 令 $C(x, y)$, 代入中点坐标公式容易求得 $C(3, -5)$.

6. B 解析: 设点 N 的坐标为 $(x, 0)$, 则 $|MN| = \sqrt{[x - (-2)]^2 + (0-3)^2} = 5$, 解得 $x = 2$ 或 $x = -6$. 故点 N 的坐标为 $(2, 0)$ 或 $(-6, 0)$.

二、填空题

7. $(-1, -7)$

8. -1 或 $\frac{8}{5}$ 解析: 由 $\sqrt{(a-3)^2 + [3-(3a+3)]^2} = 5$, 得 $a = -1$ 或 $\frac{8}{5}$.

9. 10 或 -14 解析: 由 $|MN| = \sqrt{(-3-2)^2 + [m-(-2)]^2} = 13$, 解得 $m = 10$ 或 $m = -14$.

10. 4 解析: 因为 $M(3, n)$ 是以 $P(m, -1)$ 和 $Q(2, 6)$ 为端点的线段的中点, 所以 $3 = \frac{m+2}{2}$, 解得

$$m = 4, n = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}.$$

三、解答题

11. 解: (1) 设点 D 的坐标为 (x, y) ,

因为 D 是 AB 的中点,

$$\text{所以 } x = \frac{-2+6}{2} = 2, y = \frac{-3+(-3)}{2} = -3,$$

所以点 D 的坐标为 $(2, -3)$.

$$(2) |CD| = \sqrt{(2-6)^2 + (-3-0)^2} = 5.$$

12. 解: 由题意可知点 C 是 AB 的中点,

$$\text{得 } x = \frac{2+4}{2}, y = \frac{y+10}{2},$$

解得 $x=3, y=2$.

【能力提升】

1. $(-\frac{9}{5}, 0)$ 解析: 设 $M(x_0, 0)$, 由 $|AM|=|BM|$ 得

$$\sqrt{(x_0+3)^2+(0-4)^2}=\sqrt{(x_0-2)^2+(0-\sqrt{3})^2}, \text{解得}$$
$$x_0=-\frac{9}{5}.$$

2. (1) 证明: $|AB|=\sqrt{(a+a)^2+(0-0)^2}=2|a|$,

$$|BC|=\sqrt{(0-a)^2+(\sqrt{3}a-0)^2}=2|a|,$$

$$|CA|=\sqrt{(-a-0)^2+(0-\sqrt{3}a)^2}=2|a|.$$

故 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

(2) 解: 由(1)知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以它的三条中线长相等.

设 AB 边的中点坐标为 (x, y) , $x=\frac{-a+a}{2}=0, y=0$,

即 AB 的中点为坐标原点 O . 又因为点 C 的坐标为 $(0, \sqrt{3}a)$, 所以 OC 是 $\triangle ABC$ 的一条中线, 它的长为 $|OC|=\sqrt{3}|a|$, 故这个三角形的三条中线长均为 $\sqrt{3}|a|$.

3. 解: 设 A, B, C 三点坐标为 $(-1, -2), (3, 0), (5, 6)$, $D(x, y)$, 根据平行四边形的两条对角线的中点的坐标相同分类讨论:

当四边形 $ABCD$ 是平行四边形时, 有

$$\begin{cases} \frac{-1+5}{2}=\frac{3+x}{2}, \\ \frac{-2+6}{2}=\frac{0+y}{2}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=1, \\ y=4; \end{cases}$$

当四边形 $ACBD$ 是平行四边形时, 有

$$\begin{cases} \frac{-1+3}{2}=\frac{5+x}{2}, \\ \frac{-2+0}{2}=\frac{6+y}{2}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=-3, \\ y=-8; \end{cases}$$

当四边形 $ACDB$ 是平行四边形时, 有

$$\begin{cases} \frac{-1+x}{2}=\frac{3+5}{2}, \\ \frac{-2+y}{2}=\frac{0+6}{2}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=9, \\ y=8. \end{cases}$$

故该平行四边形的第四个顶点的坐标是 $(1, 4)$ 或 $(-3, -8)$ 或 $(9, 8)$.

6.2 直线的方程

6.2.1 直线与方程

【基础巩固】

一、选择题

1. A
2. A 解析: 因为点 $(1, -1)$ 在直线 $2x+3y+c=0$ 上, 所以 $2 \times 1 + 3 \times (-1) + c = 0$, 解得 $c=1$. 故选 A.
3. A
4. C 解析: 因为直线平行于 y 轴, 又因为过点 $(2, -4)$, 所以直线方程为 $x=2$.

二、填空题

5. $x=1$
6. -1 解析: 将点 $P(a, 1)$ 代入直线 $y=2x+3$ 中, 得 $1=2a+3$, 解得 $a=-1$.

三、解答题

7. 解: 依题意点 $(a, 1), (-1, b)$ 都在直线 $y=-3x+1$ 上, 所以 $1=-3a+1, b=-3 \times (-1)+1$, 解得 $a=0, b=4$.

【能力提升】

1. B 解析: 由题意知, 在直线 $y=-2$ 上的点的纵坐标为 -2 , 而横坐标为任意值. 由选项可知 A, C, D 选项的纵坐标都为 -2 , 而 B 选项的纵坐标为 2 , 即 $(0, 2)$ 不在直线 $y=-2$ 上, 故选 B.
2. $x=-1$ 解析: 由于 $a \neq 3$, 所以 $a-2 \neq 1$, 直线过点 $A(-1, 1), B(-1, a-2) (a \neq 3)$, 所以直线的方程为 $x=-1$.
3. 解: 由题意, 将 $P(1, 0)$ 代入直线方程, 可得 $(3m-2) \times 1 + (m^2+2) \times 0 - 2m+6=0$, 解得 $m=-4$.

6.2.2 直线的倾斜角和斜率

【基础巩固】

一、选择题

1. A 解析: 由直线的倾斜角的定义知选 A.
2. B 解析: 由直线的倾斜角的定义知: ①正确; ②错误; ③倾斜角是 0° 的直线有无数条且它们与 x 轴平行或为 x 轴.

3. A 解析: 因为 $\tan \alpha = \frac{2+\sqrt{3}-2}{4-1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以 $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

4. A 解析: $k = \tan \alpha = \tan \frac{\pi}{4} = 1$.

5. C 解析: $k = \frac{5-(-5)}{1-(-1)} = 5$.

6. A

二、填空题

7. (1) 60° $\sqrt{3}$ (2) 135° -1 (3) 0° 0

8. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. 45° 1

10. 0° 解析: 由条件知点 A 与点 B 的纵坐标相同, 所以

$$\tan \alpha = \frac{c-c}{b-a} = 0, \text{ 故 } \alpha = 0^\circ.$$

三、解答题

11. 解: (1) -1 . (2) $-\sqrt{3}$. (3) 135° . (4) $-\frac{8}{5}$.

12. 解: 因为 $k_{BA} = \frac{2-0}{1-(-1)} = 1, k_{AC} = \frac{4-2}{5-1} = \frac{1}{2}$,

$k_{BA} \neq k_{AC}$, 所以 A, B, C 三点不共线.

【能力提升】

1. D 解析: $k = \tan 135^\circ = -1$, 又知 $k = \frac{y+3}{4-2}$, 由 $\frac{y+3}{4-2} = -1$ 得 $y = -5$.

2. 解: 由 $\frac{2-1}{a-5} = \frac{2a-1}{-4-5}$, 解得 $a = 2$ 或 $\frac{7}{2}$.

6.2.3 直线方程的几种形式

1. 直线的点斜式方程和斜截式方程

【基础巩固】

一、选择题

1. B 解析: 直线的斜截式方程为 $y = kx + b$, 选 B.

2. D 解析: 将方程化为斜截式为 $y = -\sqrt{3}x - 2$, 则知 $k = -\sqrt{3} = \tan \alpha$, 所以 $\alpha = \frac{2\pi}{3}, b = -2$.

3. C 解析: 由 $b > 0$ 知直线在 y 轴上的截距为正, 又知斜率 $k < 0$, 由数形结合可知选 C.

4. A 解析: 因为直线的斜率为 1, 所以直线的方程为 $y - 3 = x - 0$, 即 $y = x + 3$.

5. B 解析: 在 $x - 2y + 8 = 0$ 中令 $x = 0$, 解得 $y = 4$, 所以直线 $x - 2y + 8 = 0$ 在 y 轴上的截距为 4.

二、填空题

6. $y + 3 = -\sqrt{3}(x - 2)$

7. $y = -5$

8. 4 -3

三、解答题

9. 解: (1) 因为直线的斜率为 $k = \tan \frac{\pi}{4} = 1$, 所以所求直线的方程为 $y + 3 = x + 3$.

(2) 因为直线的斜率为 $k = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, 所以所求直线的方程为 $y = \sqrt{3}x + 5$.

(3) 因为直线的斜率为 $k = \frac{2-(-4)}{1-(-1)} = 3$, 所以所求直线的点斜式方程为 $y - 2 = 3(x - 1)$.

【能力提升】

1. $y = \frac{3}{2}x + 9$ 解析: 由条件知所求直线的斜率为 $\frac{3}{2}$, 又知该直线过点 $(-4, 3)$, 所以方程为 $y - 3 = \frac{3}{2}(x + 4)$, 即 $y = \frac{3}{2}x + 9$.

2. 解: 因为平行于 x 轴的直线的斜率为 0, 所以所求直线的方程为 $y - 2 = 0 \times (x + 1)$, 即 $y = 2$.

3. 解: 设 BC 的中点 D 的坐标是 (x, y) , 根据中点坐标公式得 $x = \frac{-1+3}{2} = 1, y = \frac{-4+2}{2} = -1$, 所以点 D 的坐标是 $(1, -1)$.

直线 AD 的斜率 $k = \frac{-1-6}{1-(-5)} = -\frac{7}{6}$, 由点斜式方程

得 $y - (-1) = -\frac{7}{6}(x - 1)$, 即 $y = -\frac{7}{6}x + \frac{1}{6}$. 则

BC 边上中线 AD 所在直线的方程为 $y = -\frac{7}{6}x + \frac{1}{6}$.

2. 直线的一般式方程

【基础巩固】

一、选择题

1. D

2. A

3. A 解析: $\sqrt{3}x + y + 5 = 0$ 可化为 $y = -\sqrt{3}x - 5$, 所以直线的斜率为 $-\sqrt{3}$, 从而倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$.

4. B

5. A 解析:直线的斜率 $k = \tan \frac{3\pi}{4} = -1$, 根据斜截式列出方程为 $y = -x + 5$, 化为一般式方程为 $x + y - 5 = 0$.

6. C 解析:直线的斜率 $k = -\frac{a}{b}$, 在 y 轴上的截距为 $-\frac{c}{b}$, 若直线通过一、二、三象限, 则有 $-\frac{a}{b} > 0$ 且 $-\frac{c}{b} > 0$, 即 $ab < 0$ 且 $bc < 0$.

二、填空题

7. -1 解析:因为方程 $mx + (m^2 + m)y^2 + 2 = 0$ 表示一条直线, 所以 $m^2 + m = 0$, 且 $m \neq 0$, 解得 $m = -1$.

8. $\sqrt{3}x - y + \sqrt{3} - 1 = 0$ 解析:直线的点斜式方程为 $y + 1 = \sqrt{3}(x + 1)$, 整理得 $\sqrt{3}x - y + \sqrt{3} - 1 = 0$.

9. $y - 3 = 0$ $x - 2 = 0$

10. 3 $3x - y - 1 = 0$ 解析:直线 l 的斜率 $k = \frac{2 - (-7)}{1 - (-2)} = 3$, 于是直线 l 的方程为 $y - 2 = 3(x - 1)$, 整理得 $3x - y - 1 = 0$.

三、解答题

11. 解: $2(x - 1) = y + 3$ 可化为 $y = 2x - 5$, 所以此直线的斜率为 2, 在 y 轴上的截距为 -5.

12. 解:(1)直线的点斜式方程是 $y + 4 = -\frac{4}{3}(x - 6)$, 化成一般式方程是 $4x + 3y - 12 = 0$.
(2)由斜截式方程得 $y = 2$, 化成一般式方程是 $y - 2 = 0$.
(3)由两点坐标得直线的斜率 $k = 3$, 由直线的点斜式方程得直线方程为 $y + 2 = 3(x - 3)$, 化成一般式方程是 $3x - y - 11 = 0$.

【能力提升】

1. D 解析:若直线平行于 x 轴, 则该直线的斜率为 0, 即 $\begin{cases} b \neq 0, \\ -\frac{a}{b} = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} a = 0, \\ b \neq 0. \end{cases}$

2. 解:(1)因为 $A(-5, 0), C(0, 2)$, 所以直线 AC 的斜率 $k = \frac{2 - 0}{0 - (-5)} = \frac{2}{5}$, 斜截式方程为 $y = \frac{2}{5}x + 2$, 化简得 $2x - 5y + 10 = 0$, 即 AC 边所在直线的一般式方程为 $2x - 5y + 10 = 0$.

(2)因为 $B(3, -3), C(0, 2)$, 所以 BC 的中点为

$D(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$, 直线 AD 的斜率为 $k = \frac{-\frac{1}{2} - 0}{\frac{3}{2} + 5} =$

$-\frac{1}{13}$. 因此, 直线 AD 的方程为 $y = -\frac{1}{13}(x + 5)$, 化简得 $x + 13y + 5 = 0$, 即为 BC 边上中线所在直线的一般式方程.

3. 解:由题意, 设直线 l 的方程与坐标轴的交点为 $(a, 0), (0, b), ab \neq 0$,

又因为过点 $P(-5, -4)$, $\frac{1}{2}|ab| = 5$, 可得

$$\begin{cases} \frac{-4 - 0}{-5 - a} = \frac{-4 - b}{-5 - 0}, \\ |ab| = 10, \end{cases} \text{ 计算得出 } \begin{cases} a = 5, \\ b = -2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = -\frac{5}{2}, \\ b = 4, \end{cases}$$

所以直线 l 的斜率为 $\frac{2}{5}$ 或 $\frac{8}{5}$.

直线 l 的方程为 $y = \frac{2}{5}x - 2$ 或 $y = \frac{8}{5}x + 4$, 化为一般式方程为 $2x - 5y - 10 = 0$ 或 $8x - 5y + 20 = 0$.

6.2.4 直线与直线的位置关系

1. 直线与直线平行或相交

【基础巩固】

一、选择题

1. A

2. A

3. C 解析:解方程组 $\begin{cases} x - 2y + 6 = 0, \\ 2x + y - 3 = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 3, \end{cases}$ 所以两条直线交点的坐标为 $(0, 3)$.

4. C

5. B 解析:设直线的方程为 $2x + 4y + C = 0 (C \neq 3)$, 将 $(2, 4)$ 代入得 $C = -20$, 所以所求直线的方程为 $2x + 4y - 20 = 0$, 即 $x + 2y - 10 = 0$.

6. B

二、填空题

7. 0

8. $(4, -2)$

9. -2

三、解答题

10. 解:(1)因为直线 $x - 2y = 10$ 与 $2x + y = 0$ 的斜率不相等, 所以两条直线相交.

解方程组 $\begin{cases} x-2y=10, \\ 2x+y=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=2, \\ y=-4, \end{cases}$ 所以交点的坐标为 $(2, -4)$.

(2) 因为直线 $2x+3y+2=4$ 与 $y=x-1$ 的斜率不相等, 所以两条直线相交.

解方程组 $\begin{cases} 2x+3y+2=4, \\ y=x-1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=0, \end{cases}$ 所以交点的坐标为 $(1, 0)$.

11. 解: 解方程组 $\begin{cases} 2x+5y+3=0, \\ y=x-2, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1, \end{cases}$ 所以交点 B 的坐标为 $(1, -1)$.

将 $A(2, 3)$ 和 $B(1, -1)$ 代入斜率公式, 得

$$k = \frac{-1-3}{1-2} = 4, \text{ 然后用点斜式方程得 } y-3=4(x-2),$$

化简得 $4x-y-5=0$.

12. 解: (1) 设直线 l 的方程为 $y=3x+C(C \neq 5)$, 将 $(3, 7)$ 代入得 $C=-2$. 故直线 l 的方程为 $y=3x-2$.

(2) 设直线 l 的方程为 $x+2y+C=0(C \neq -1)$, 将 $(0, 2)$ 代入得 $C=-4$. 故直线 l 的方程为 $x+2y-4=0$.

(3) 设直线 l 的方程为 $y=C(C \neq -2)$, 将 $(-1, 3)$ 代入得 $C=3$. 故直线 l 的方程为 $y=3$.

【能力提升】

1. C 解析: 因为直线 $x+ay-2a-2=0$ 与 $ax+y-a-1=0$ 互相平行, 而直线 $ax+y-a-1=0$ 的斜率为 $-a$, 所以直线 $x+ay-2a-2=0$ 的斜率也为 $-a$, 从而 $-\frac{1}{a}=-a$, 解得 $a=\pm 1$. 由于当 $a=-1$ 时, 两条直线的方程都为 $y=x$, 所以此时两条直线重合, 不满足条件. 所以 $a=1$.

2. C 解析: 由 $\begin{cases} x=0, \\ 2x+3y-k=0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=0, \\ y=\frac{k}{3}. \end{cases}$

将点 $(0, \frac{k}{3})$ 代入 $x-ky+12=0$, 得 $k=\pm 6$.

3. $\frac{3}{5}$ 解析: 由 $\begin{cases} y=\frac{1}{k}x-5, \\ y=x, \end{cases}$ 得 $x=y=\frac{5k}{1-k}$.

将 $(\frac{5k}{1-k}, \frac{5k}{1-k})$ 代入 $y=kx+3$ 得 $\frac{5k}{1-k}=\frac{5k^2}{1-k}+3$, 解

得 $k=\frac{3}{5}$ 或 $k=1$ (舍去).

4. 解: 因为直线 l 与倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线平行, 故可得直线

l 的斜率为 $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$. 又因为直线 l 经过 $(-1, -2)$,

所以 $y+2=\sqrt{3}(x+1)$, 故直线 l 的方程为 $\sqrt{3}x-y+\sqrt{3}-2=0$.

2. 直线与直线垂直

【基础巩固】

一、选择题

1. B

2. C 解析: 因为直线 $2x+3y+5=0$ 的斜率为 $-\frac{2}{3}$, 直线 $x-2y+3=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 而 $(-\frac{2}{3}) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \neq -1$, 所以两条直线相交但不垂直.

3. A 解析: 斜率不存在的直线与斜率为零的直线互相垂直.

4. B 解析: 直线 l_1 的斜率 $k_1=3$, 直线 l_2 的斜率 $k_2=-a$. 因为 $l_1 \perp l_2$, 所以 $k_1 k_2 = -1$, 即 $-3a = -1$, 解得 $a = \frac{1}{3}$. 故选 B.

5. B 解析: 所求直线的斜率为 -2 , 故所求直线方程为 $y-3=-2(x+1)$, 即 $2x+y-1=0$.

二、填空题

6. $\frac{3\pi}{4}$

7. $4x-3y+8=0$ 解析: 所求直线的斜率为 $\frac{4}{3}$, 且过点 $(-2, 0)$, 故所求直线方程为 $y=\frac{4}{3}(x+2)$, 即 $4x-3y+8=0$.

8. 5 解析: 因为直线 $ax+2y-5=0$ 与直线 $2x-5y+7=0$ 垂直, 所以 $-\frac{a}{2} \cdot \frac{2}{5} = -1$, 所以 $a=5$.

9. $2x+y-5=0$ 解析: 设直线 l 的方程为 $2x+y+C=0$, 将 $(2, 1)$ 代入得 $C=-5$. 故直线 l 的方程为 $2x+y-5=0$.

三、解答题

10. 解: (1) 设直线 l 的方程为 $y=-x+C$, 将 $(2, 0)$ 代入得 $C=2$. 故直线 l 的方程为 $y=-x+2$.

(2) 解方程组 $\begin{cases} y=x-4, \\ y=-x+2, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1, \end{cases}$

所以交点 P 的坐标为 $(3, -1)$.

【能力提升】

1. A 解析:由 $-\frac{m}{4} \times \frac{2}{5} = -1$, 得 $m=10$.

由垂足 $(1, p)$ 在直线 $mx+4y-2=0$ 上, 得 $10+4p-2=0$, 所以 $p=-2$.

又垂足 $(1, -2)$ 在直线 $2x-5y+n=0$ 上, 解得 $n=-12$.

2. 解: 解方程组 $\begin{cases} 3x+2y+1=0, \\ 2x-3y+5=0, \end{cases}$ 得交点坐标为 $(-1, 2)$.

1). 又因为垂直于直线 $l: 6x-2y+5=0$, 故所求直线斜率为 $-\frac{1}{3}$, 利用点斜式可求得直线方程为 $x+3y-2=0$.

3. 解: 记 BC 边上的高所在的直线为 l .

因为 BC 所在的直线的斜率为 $k_{BC} = \frac{-3-5}{4-2} = -4$,

所以直线 l 的斜率为 $k_l = \frac{1}{4}$.

又因为直线 l 过点 A , 所以直线 l 的方程为 $y-1 = \frac{1}{4}(x+2)$, 即 $x-4y+6=0$.

6.2.5 点到直线的距离

【基础巩固】

一、选择题

1. D

2. B 解析: $d = \frac{|4 \times 1 + 3 \times 2 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3$.

3. C 解析: 因为点 $P(0, 2)$ 到直线 $ax+4y+2=0$ 的距离为 2, 所以 $\frac{|a \times 0 + 4 \times 2 + 2|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} = 2$, 解得 $a = \pm 3$.

4. B 解析: 解法一: 取直线 $5x+12y+3=0$ 上一点 $(-3, 1)$, 由点到直线的距离公式可得 $d = \frac{|10 \times (-3) + 24 + 5|}{\sqrt{10^2 + 24^2}} =$

$\frac{1}{26}$. 解法二: $5x+12y+3=0$ 可化为 $10x+24y+6=0$, 故

两条平行直线之间的距离为 $d = \frac{|6-5|}{\sqrt{10^2 + 24^2}} = \frac{1}{26}$.

5. C 解析: 由点到直线的距离公式得 $\frac{|4 \times 4 - 3a - 1|}{5} =$

3, 解得 $a=0$ 或 10.

6. B 解析: $|OP|$ 的最小值为原点到直线 $x+y-4=0$ 的距离.

二、填空题

7. $\frac{5}{2}$

8. 1

9. 4

10. $a > 7$ 或 $a < -3$ 解析: 因为点 P 到直线的距离大于 3, 所以 $\frac{|3a-6|}{5} > 3$, 所以 $|3a-6| > 15$, 解得 $a > 7$ 或 $a < -3$.

三、解答题

11. 解: 直线 $l: y=3x+1$ 化为一般式为 $l: 3x-y+1=0$, 故 $d = \frac{|3 \times 2 + (-1) \times (-3) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$.

12. 解: 因为直线 l 与直线 $4x-3y+5=0$ 平行, 所以可设 l 的方程为 $4x-3y+C=0 (C \neq 5)$, 又点 P 到 l 的距离为 4, 所以 $\frac{|8+9+C|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 4$, 解得 $C=3$ 或 -37 .

故 l 的方程为 $4x-3y+3=0$ 或 $4x-3y-37=0$.

【能力提升】

1. $3x-4y+25=0$ 或 $x=5$ 解析: 当 l 的斜率不存在时, l 的方程为 $x=5$, 此时原点到 l 的距离为 5; 当 l 的斜率存在时, 可设 l 的方程为 $y-10=k(x-5)$, 即 $kx-y+10-5k=0$.

所以 $\frac{|0 \cdot k - 0 + 10 - 5k|}{\sqrt{1+k^2}} = 5$, 得 $k = \frac{3}{4}$.

所以 l 的方程为 $y-10 = \frac{3}{4}(x-5)$, 即 $3x-4y+25=0$.

2. 解: 设直线的方程为 $4x-3y+C=0 (C \neq 8)$, 则 $\frac{|C-8|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$, 解得 $C=23$ 或 $C=-7$. 故直线的方程为 $4x-3y+23=0$ 或 $4x-3y-7=0$.

6.3 圆的方程

6.3.1 圆的标准方程

【基础巩固】

一、选择题

1. B 2. B 3. B 4. A 5. C

6. B 解析: 以 MN 为直径的圆的圆心 C 的坐标为