高等数学同步训练

GAODENG SHUXUE TONGBU XUNLIAN

策划编辑：金颖杰
责任编辑：高　宇
封面设计：刘文东

ISBN 978-7-5635-7258-8

9 787563 572588 >

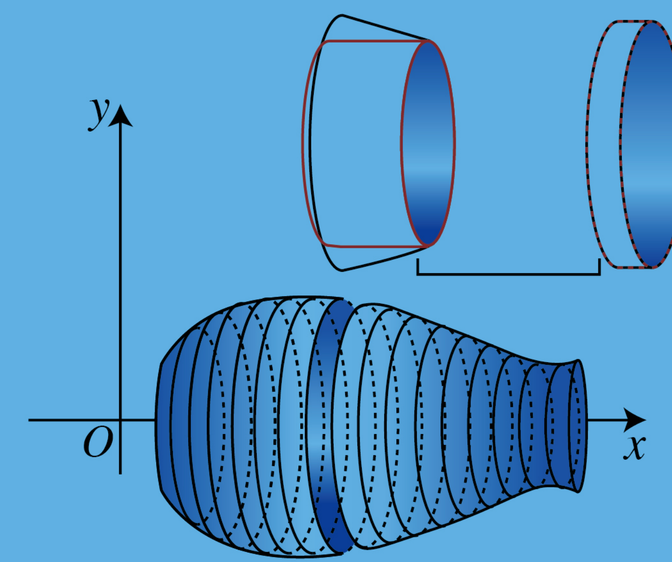
定价：26.00元

高等数学同步训练

主编　张　琪　赵昌宇　赵巧蓉

北京邮电大学出版社

“十四五”职业教育国家规划教材配套用书

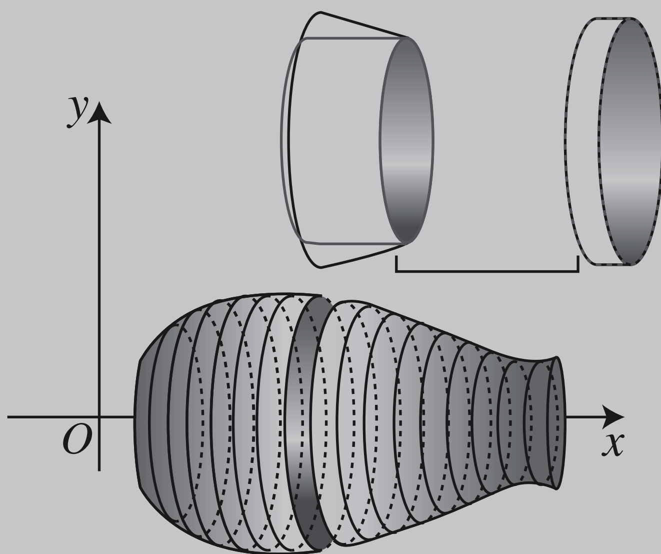


高等数学同步训练

主编　张　琪　赵昌宇　赵巧蓉

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

“十四五”职业教育国家规划教材配套用书



高等数学同步训练

主编　张　琪　赵昌宇　赵巧蓉

北京邮电大学出版社
www. buptpress. com

内 容 简 介

本书共分为五章，内容包括函数与极限、导数与微分、导数的应用、函数的积分、常微分方程。本书既可作为高等职业院校各专业高等数学课程的练习册，也可作为相关人员的学习资料。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步训练 / 张琪，赵昌宇，赵巧蓉主编. 北京：北京邮电大学出版社，2024.（2025 重印）. -- ISBN 978-7-5635-7258-8

Ⅰ. O13-44

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024AN6138 号

策划编辑：金颖杰　　**责任编辑**：高　宇　　**封面设计**：刘文东

出版发行：北京邮电大学出版社
社　　址：北京市海淀区西土城路 10 号
邮政编码：100876
发 行 部：电话：010-62282185　传真：010-62283578
E-mail：publish@bupt.edu.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：三河市骏杰印刷有限公司
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：8
字　　数：195 千字
版　　次：2024 年 7 月第 1 版
印　　次：2025 年 8 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-5635-7258-8　　定　价：26.00 元

前言

高等数学课程能够为学生学习后续专业课程和解决实际问题提供必不可少的数学思想及常用的数学基础知识和基本方法,高等数学的教学目标为:让学生掌握微积分的基本理论与基本运算,掌握学习后续课程必需的数学基础知识,能运用数学知识解决简单的实际问题,初步形成以“数学方式”思考问题、解决问题的能力。同步训练是一种有目的、有组织、有指导的数学学习实践活动的载体,是学生将所学数学知识转化为数学技能、技巧,形成数学能力的重要手段和途径。

本书结合高等职业院校一线教师教学经验编写而成,全书共分为五章,内容包括函数与极限、导数与微分、导数的应用、函数的积分、常微分方程。本书既可作为高等职业院校各专业高等数学课程的练习册,也可作为相关人员的学习资料。

本书在编写过程中,充分考虑了高等职业教育的特点,每节内容配有数量及难度适合的练习题,练习题由易到难、由浅入深、循序渐进,便于学生对知识点进行消化吸收、巩固掌握。每章后配有A、B两套复习题:A为基础题,侧重对基础知识、基本技能的考查,旨在夯实基础,提高技能;B为提高题,侧重对综合能力的考查,旨在检验学生的学习效果。全书最后设置三套综合测试题,题目与知识点对应,题型全面,能够辅助学生巩固所学知识、查漏补缺。

本书由山西职业技术学院张琪、赵昌宇、赵巧蓉任主编,山西职业技术学院赵志英、张荣芳、许亚鹏、张俊青、闫云霞参与了编写。编者在编写本书的过程中参考了一些教材及资料,在此向相关作者表示诚挚的谢意!

由于编者水平有限,书中难免存在不足之处,敬请广大读者批评指正。

编　者

目录

第 1 章　函数与极限

1.1　函　　数

1. 填空题.

(1)设函数 $f(x)=e^x, g(x)=\sin x$,则 $f[g(x)]=$__________.

(2)设函数 $f(x+2)=x^2-2x+3$,则 $f[f(2)]=$__________.

(3)函数 $f(x)=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{4-x^2}$的定义域是__________.

(4)函数 $y=\arcsin(x-2)$的定义域是__________.

2. 选择题.

(1)下列各组函数中,表示同一函数的是(　　).

A. $f(x)=\ln x^2, g(x)=2\ln x$　　B. $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=x$

C. $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=(\sqrt{x})^2$　　D. $f(x)=\dfrac{(\sqrt{x})^2}{x}, g(x)=\dfrac{x}{(\sqrt{x})^2}$

(2)下列函数中为偶函数的是(　　).

A. $f(x)=x+\sin x$　　B. $f(x)=x\cos 3x$

C. $f(x)=2^x+2^{-x}$　　D. $f(x)=2^x-2^{-x}$

(3)下列函数中既是奇函数又是单调增加函数的是(　　).

A. $\sin^3 x$　　B. x^3+1

C. x^3+x　　D. x^3-1

(4)下列函数是有界函数的是(　　).

A. $f(x)=x+\sin x$　　B. $f(x)=e^x$

C. $f(x)=\arcsin x+2$　　D. $f(x)=x\sin x$

(5)$y=\sin^2 x$ 是(　　).

A. 最小正周期为 π 的偶函数　　B. 最小正周期为 π 的奇函数

C. 最小正周期为 2π 的偶函数　　D. 最小正周期为 2π 的奇函数

3. 求下列函数的定义域.

(1) $y=\ln(x+1)$；

(2) $y=\arcsin\dfrac{2x-1}{7}$；

(3) $y=\sqrt{2-|x|}$；

(4) $y=\ln\dfrac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$；

(5) $y=\ln(5-x)+\arcsin\dfrac{x-1}{6}$；

(6) $y=\ln(\ln x)$；

(7) $y=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$；

(8) $y=\begin{cases}-x, & -1\leqslant x\leqslant 0,\\ \sqrt{3^x-1}, & 0<x<2.\end{cases}$

4.设 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<1, \\ 2, & x=1, \\ x^2+1, & x>1. \end{cases}$

(1)确定函数的定义域;

(2)求 $f(0)$,$f(1)$,$f(2)$.

5.指出下列函数的复合过程.

(1)$y=\cos x^2$;

(2)$y=\ln(\sin^5 x)$;

(3)$y=\sin^3(2x+5)$;

(4)$y=\mathrm{e}^{\sin 3x}$;

(5)$y=2^{\ln(x^3+2)}$;

(6)$y=\sqrt{\arcsin(3x-1)}$.

6. 求下列函数的反函数.

(1) $y=2x-1$；

(2) $y=\frac{1-3x}{x-2}$；

(3) $y=\log_4 2+\log_4 \sqrt{x}$；

(4) $y=3^x+2$.

7. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $y=x^2(1-x^2)$；

(2) $y=\frac{1-x^2}{1+x^2}$；

(3) $y=|\sin x|$；

(4) $y=\sin x-\cos x+1$；

(5) $y=x(x-1)(x+1)$；

(6) $y=\tan x+x$.

8.用长度为 l 的铁丝围成一个矩形,设矩形的一边长为 x,将矩形面积 S 表示为 x 的函数并指出其定义域.

9.旅客乘坐飞机时,可免费携带不超过 20 kg 的物品,超过 20 kg 的部分,收费为 0.50 元/kg,超过 50 kg 的部分,每千克再加收 50%.试列出收费与物品质量的函数关系式.

1.2　极限的概念

1. 选择题.

(1)下列数列中具有极限的是(　　).

A. $a_n=(-1)^n\frac{n-1}{n}$

B. $a_n=\frac{1}{\sqrt{n}}$

C. $a_n=\sin\frac{n\pi}{2}$

D. $a_n=\ln(1+n^2)$

(2)函数 $f(x)$ 在 x_0 处左、右极限均存在是 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的(　　).

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 无关条件

(3)下列极限不存在的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{x^2+1}$

B. $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+1)$

C. $\lim\limits_{x\to -\infty}\mathrm{e}^x$

D. $\lim\limits_{x\to +\infty}\mathrm{e}^x$

(4)设 $f(x)=\begin{cases}3x+2, x\leqslant 0,\\ x^2-2, x>0,\end{cases}$ 则 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=$(　　).

A. 2

B. -2

C. -1

D. 0

2. 观察下列数列的变化趋势,若极限存在,求出其极限.

(1)$a_n=\frac{1}{n}$;

(2)$a_n=2-\frac{1}{n^2}$;

(3)$a_n=n-\frac{1}{n}$;

(4)$a_n=-3$;

(5) $a_n=(-1)^n$；

(6) $a_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n$；

(7) $a_n=(-1)^n 3n$；

(8) $a_n=\sqrt{n}$.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x+1, x>0, \\ 2x+b, x\leqslant 0, \end{cases}$ 要使极限 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在，b 应取何值？

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases} ae^x, & x<0, \\ ax+2, & x>0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处有极限，求 $f(-1)$ 的值.

5. 指出下列各题中函数在相应的自变量的趋向下是无穷大还是无穷小.

(1) $e^x(x\to-\infty)$；

(2) $\lg x(x\to1)$；

(3) $\dfrac{x^2-4}{x+1}(x\to-1)$；

(4) $e^{-x}-1(x\to0)$；

(5) $\ln|x|(x\to0)$；

(6) $\tan x\left(x\to-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

6. 说明下列函数极限不存在的原因.

(1) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\tan x$；

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\cos x$；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}e^{x}$；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\arctan x$；

(5) $f(x)=\begin{cases} x, & x<3, \\ 0, & x=3, \\ x-3, & x>3, \end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x\to 3}f(x)$；

(6) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & x\leqslant 1, \\ x^2-2, & x>1, \end{cases}$ 求 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$.

1.3　极限的计算

1. 填空题.

(1)若$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{-kx}=\mathrm{e}^{-2}$,则 $k=$__________.

(2)若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{\sin 3x}=-2$,则 $a=$__________.

(3)$\lim\limits_{x\to 0}\left(x\sin\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x}\sin x\right)=$__________.

2. 选择题.

(1)下列极限计算正确的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=0$　　D. $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=1$

(2)$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(x^2-4)}{x-2}=$(　　).

A. 1　　B. 0

C. 4　　D. $\dfrac{1}{2}$

(3)下列结论正确的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}$　　B. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{-x}=\mathrm{e}$

C. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{1-x}=\mathrm{e}$　　D. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2x}=\mathrm{e}$

(4)当 $x\to 3$ 时,x^2-9 与 $x-3$ 的关系是(　　).

A. x^2-9 与 $x-3$ 互为等价无穷小

B. x^2-9 与 $x-3$ 互为同阶无穷小

C. x^2-9 是 $x-3$ 的高阶无穷小

D. x^2-9 是 $x-3$ 的低阶无穷小

(5)当 $x\to 0$ 时,下列函数中为 x 的高阶无穷小的是(　　).

A. $1-\cos x$　　B. $x+x^2$

C. $\sin x$　　D. $\sqrt{x}$

3. 求下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to 2}[x^3-x(x-1)+2]$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\dfrac{2}{x-3}\right)$；

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{1-x^2}$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+4}-2}$；

(5) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$；

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1\ 000x}{1+x^2}$；

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+3x-5}{2x^3-x^2-1}$；

(8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(n+1)}{(n-1)(n+2)}$；

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x-5}{x^3+x+5}$；

(10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+2x-5}{x^3+x+5}$；

(11) $\lim\limits_{x\to 0}x\cos\dfrac{1}{x}$；

(12) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+\sin x}{2x^2-\cos x}$；

(13) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-x\sin x}{x^2+\cos x+1}$；

(14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$；

(15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2}-1)(\sqrt{1+\sin x}-1)}$；

(16) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n)$；

(17) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{4x^2+3x+1}-\sqrt{4x^2-3x-2})$;

(18) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x}{x}$;

(19) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 3x}{\sin 6x}$;

(20) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x(x+3)}{\sin x}$;

(21) $\lim\limits_{x\to-\pi}\frac{\sin(x+\pi)}{2(x+\pi)}$;

(22) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$;

(23) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x\sin x}-\dfrac{1}{x\tan x}\right)$；

(24) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sin(x^2-1)}{x+1}$；

(25) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{2x}$；

(26) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x}{x}\right)^{-x}$；

(27) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{\frac{x}{2}-1}$；

(28) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$.

1.4 函数的连续性

1. 判断题.

(1)若函数 $f(x)$在 x_0 处有定义,且$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=A$,则 $f(x)$在 x_0 处连续. ( )

(2)若函数 $f(x)$在 x_0 处连续,则$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$必存在. ( )

(3)若函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$处连续,则它在闭区间$[a,b]$上一定连续. ( )

(4)初等函数在其定义区间内一定连续. ( )

(5)分段函数必存在间断点. ( )

2. 选择题.

(1)函数 $f(x)=5x^2$,自变量 x 有增量 Δx 时,函数 $f(x)$的相应增量 $\Delta y=$( ).

A. $10x\Delta x$　　B. $10+5\Delta x$

C. $10x\Delta x+5(\Delta x)^2$　　D. $10\Delta x+(\Delta x)^2$

(2)函数 $f(x)$在点 x_0 处极限存在是 $f(x)$在点 x_0 处连续的( ).

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 无关条件

(3)若点 x_0 为函数 $f(x)$的间断点,则下列说法不正确的是( ).

A. 若极限$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)=A$ 存在,但 $f(x)$在 x_0 处无定义,或者虽然 $f(x)$在 x_0 处有定义,但 $A\neq f(x_0)$,则称 x_0 为 $f(x)$的可去间断点

B. 若极限 $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)=A$ 与极限 $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)=B$ 存在但不相等,则称 x_0 为 $f(x)$的跳跃间断点

C. 跳跃间断点与无穷间断点合称为第二类间断点

D. 跳跃间断点与可去间断点合称为第一类间断点

(4)函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, x\leqslant 1, \\ 2+x, x>1 \end{cases}$ 在点 $x=1$ 处间断是由于( ).

A. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$不存在

B. $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$不存在

C. $f(x)$在 $x=1$ 处无定义

D. $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)\neq \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

(5)设函数 $f(x)=\begin{cases}\arctan\dfrac{1}{x}, & x\neq 0,\\ -\dfrac{\pi}{2}, & x=0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处(　　).

A. 连续　　　　B. 左连续

C. 右连续　　　　D. 无定义

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}e^x, & x<0,\\ x+a, & x\geqslant 0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,求 a 的值.

4. 求函数 $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2}{x^2+x-6}$ 的连续区间,计算极限 $\lim\limits_{x\to-3}f(x)$,$\lim\limits_{x\to0}f(x)$ 及 $\lim\limits_{x\to2}f(x)$,并求 $f(x)$ 的间断点及其类型.

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x}, & x>0, \\ a+x^2, & x\leqslant 0, \end{cases}$ 讨论 $f(x)$ 的连续性.

6. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 且对 $[a,b]$ 上任意一点 x_0, $f(x_0)\in[a,b]$. 证明: 存在一点 $c\in[a,b]$, 使得 $f(c)=c$.

第 1 章　复习题 A

1. 填空题.

(1)函数 $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{2x^2-x-1}$ 的定义域是____________________.

(2)函数 $y=e^x+1$ 与 $y=\ln(x-1)$ 的图像关于直线__________对称.

(3)设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}, |x|\leqslant 1,\\ 0, |x|>1,\end{cases}$ 则函数 $f[f(x)]=$__________.

(4)复合函数 $y=\sqrt{\ln(x+1)}$ 是由____________________复合而成的.

(5)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x=$__________;$\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{\frac{1}{x}}=$____________________.

(6)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^3-n+1}{5n^3+n^2+n}=$__________.

(7)函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{(x+1)(x-4)}$ 的连续区间为____________________.

(8)已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{k}{1+x^2}, x\geqslant 1,\\ 3x^2+2, x<1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续,则常数 $k=$__________.

2. 选择题.

(1)下列函数中定义域为$[-1,1]$的是(　　).

A. $y=\ln(1-x^2)$　　B. $y=e^{\sin x}$

C. $y=\arcsin x$　　D. $y=\sqrt[3]{1-x^2}$

(2)设函数 $f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$内为奇函数,则 $F(x)=f(x)\arcsin x$ 图像的对称轴是(　　).

A. x 轴　　B. y 轴

C. 直线 $y=x$　　D. 直线 $y=-x$

(3)如果 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^2$,那么 $f(x)=$(　　).

A. $\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2$　　B. $\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^2$

C. $(1+x)^2$　　D. $1-x^2$

(4)下列极限存在的是(　　).

A. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(x+1)}{x^2}$　　B. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{2^x-1}$

C. $\lim\limits_{x\to 0}e^{\frac{1}{x}}$　　D. $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$

(5)已知当 $x\to 0$ 时,$2-2\cos x\sim ax^2$,则 a 的值是(　　).

A. 1　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. -1

(6)函数 $f(x)$在点 x_0 处连续是 $f(x)$在 x_0 处有定义的(　　).

A. 必要条件　　B. 充分条件

C. 充要条件　　D. 无关条件

(7)若使函数 $f(x)=\begin{cases}\sin\frac{1}{x}+1, x>0,\\ 1, x=0,\\ b, x<0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则(　　).

A. $b=0$

B. $b=1$

C. $b=2$

D. 无论 b 取怎样的常数,都不可能使函数在 $x=0$ 处连续

3. 求由 $f(x)=\arcsin x$,$\varphi(x)=\ln x$ 复合而成的函数 $\varphi[f(x)]$的定义域.

4.设 $f\left(x-\frac{1}{x}\right)=\frac{x^3-x}{x^4+1}(x\neq 0)$，求 $f(x)$.

5.要设计一个容积为 $V=20\pi\ \mathrm{m}^3$ 的有盖圆柱形水桶，已知桶盖单位面积造价是侧面的一半，而侧面单位面积造价又是底面的一半，设桶盖造价为 a(单位：元/m^2)，试写出水桶总造价 P 关于水桶底面半径 r 的函数.

6.求下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+5}{x^2+1}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$；

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x}$；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x-3x^2}{1+x+3x^2}$；

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{3-x}-\dfrac{2+x}{3x^2}\right)$；

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+x^6}{x^2+5x^4}$；

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right)$；

(8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-\cos x}{x}$；

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1}{x^3+1}(3+\cos x)$；

(10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-2x)}{x}$；

(11) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x^2)}{\arcsin^2 3x}$;

(12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^2\ln(1-x)}$;

(13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}(1+2+3+\cdots+n)$;

(14) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}\right)$;

(15) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)\sin\dfrac{1}{x-1}$;

(16) $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{2x}{\sqrt{1-\cos x}}$;

(17) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^{5x+2}$;

(18) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^{x}$.

7. 当 $x \to 1$ 时，无穷小 $1-x$ 与下列的无穷小是不是等价无穷小？

(1) $1-x^3$；

(2) $\frac{1}{2}(1-x^2)$；

(3) $\arcsin(x-1)$；

(4) $\ln(2-x)$.

8. 选择适当的 a 值，使函数 $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{x}, & x \geqslant 1, \\ a\cos \pi x, & x<1 \end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续.

9. 讨论分段函数 $f(x)=\begin{cases}\sin x, x<0, \\ x, \quad 0\leqslant x\leqslant 1, \\ \dfrac{1}{x-1}, x>1\end{cases}$ 的连续性，若有间断点，指出它属于哪类间断点.

10. 验证方程 $4x=2^x$ 有一个根在区间 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 内.

第1章 复习题B

1. 填空题.

(1)设 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1,\\ \ln(2-x), & 1<x<2,\end{cases}$ 则其定义域为__________.

(2)设 $f(x)=\dfrac{ax}{2x+3}$,且 $f[f(x)]=x$,则 $a=$__________.

(3)$\lim\limits_{x\to 0}x^3\sin\dfrac{1}{x}=$__________;$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=$__________.

(4)设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(2x)}{x}=\dfrac{2}{3}$,则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(3x)}=$__________.

(5)设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续,且 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-2}{x-1}=1$,则 $f(1)=$__________.

(6)函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$ 的间断点为__________.

(7)函数 $y=2^{\sin(3x-1)}$ 是由__________、__________和__________复合而成的.

(8)$y=|\sin x|$ 的最小正周期为__________.

(9)若 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}=-5$,则 $a=$__________,$b=$__________.

(10)若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin mx}{2x}=\dfrac{2}{3}$,则 $m=$__________.

(11)若 $f(x-1)=x^2+3x-2$,则 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$__________.

2. 选择题.

(1)函数 $y=\lg(x-1)$ 在区间(　　)内有界.

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(1,2)$　　D. $(2,3)$

(2)若 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{kx}=e^3$,则 $k=$(　　).

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

C. $-\dfrac{3}{2}$　　D. $-\dfrac{2}{3}$

(3)对初等函数来说,其连续区间一定是(　　).

A. 开区间　　B. 闭区间

C. $(-\infty,+\infty)$　　D. 其定义区间

(4) $x=-1$ 是函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ 的(　　)间断点.

A. 跳跃　　B. 可去　　C. 无穷　　D. 振荡

(5)函数 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=A$, $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$,则下列说法正确的是(　　).

A. $f(x_0)=A$

B. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$

C. $f(x)$在点 x_0 有定义

D. $f(x)$在点 x_0 处连续

(6)若 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}\sin x, & x<0, \\ q, & x=0, \\ x\sin\dfrac{1}{x}+p, & x>0 \end{cases}$ 在分段点 $x=0$ 处连续,则常数 p,q 的值为(　　).

A. $p=0,q=0$

B. $p=0,q=1$

C. $p=1,q=0$

D. $p=1,q=1$

(7)函数 $y=\lg\dfrac{1+x}{1-x}$ 的奇偶数为(　　).

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 非奇非偶函数

D. 既是奇函数又是偶函数

(8) $f(x)$在点 $x=x_0$ 处有定义是函数 $f(x)$在点 x_0 处连续的(　　).

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

(9)当 $x\to 0^+$ 时,(　　)与 x 是等价无穷小.

A. $\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$

B. $\ln(1-x)$

C. $\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$

D. $x^2(x+1)$

3. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<0, \\ x+1, & x\geqslant 0. \end{cases}$

(1)写出 $f(x)$的定义域;

(2)作出函数 $f(x)$的图形;

(3)求出$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$，$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$，$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$及$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$；

(4)讨论函数在$x=0$处的连续性，若间断，指出间断点的类型.

4. 判断下列各式是无穷小还是无穷大.

(1)$\dfrac{1+2x}{x^2}(x\to\infty)$；　　(2)$e^x(x\to+\infty)$；　　(3)$3^{\frac{1}{x}}(x\to 0^+)$.

5. 求下列极限.

(1)$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{x}\arctan x$；　　(2)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$；

(3)$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}{x-1}$；　　(4)$\lim\limits_{x\to\infty} x\tan\dfrac{1}{x}$；

(5) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)^{2\sec x}$；

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x^2}-1}{1-\cos x}$；

(7) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{\pi^2-x^2}$；

(8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{3x}$；

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-x}{3-x}\right)^x$；

(10) $\lim\limits_{x\to+\infty}x(\sqrt{1+x^2}-x)$；

(11) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2+x}{x}\right)^x$；

(12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$.

6. 已知 a,b 为常数，$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+5}{x+2}=5$，求 a,b 的值.

7. 求出下列函数的间断点，并指出其类型.

(1) $y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$；　(2) $y=\begin{cases} e^x, x<0, \\ 1, x=0, \\ x, x>0; \end{cases}$　(3) $y=\cos\frac{1}{x^2}$.

8. 证明：方程 $x-2\sin x=1$ 至少有一个小于 3 的正根.

9. 当 $x\to1$ 时，$1-x$ 与 $1-\sqrt[3]{x}$ 是否同阶，是否等价？