

山东省春季高考

「三轮」复习专用

职教高考数学全真预测卷

华腾新思

山东省春季高考 “三轮” 复习专用

# 职教高考 数学全真预测卷

严格依据山东省最新考纲编写

主编 华腾新思职教高考研究中心

山东省 职教高考 文化课考试  
(春季高考)

语文 · 数学 · 英语

**一轮** 总复习 回顾教材，夯实基础  
同步强化卷 同步练习，强化能力

**二轮** 专项突破 梳理考纲，精讲考点

**三轮** 全真预测卷 模拟考试，最后冲刺

主编 华腾新思职教高考研究中心

国家开放大学出版社

模拟考试，最后冲刺

赠册 参考答案及解析

国家开放大学出版社

ISBN 978-7-304-13782-3



9 787304 137823 >

定价：42.00元

保护正版 打击盗版  
欢迎举报 查实重奖

• 举报电话：(010) 68182820  
• 举报邮箱：OUCP@ouchn.edu.cn



<http://www.crtvup.com.cn>

国家开放大学出版社

山东省春季高考“三轮”复习专用

# 职教高考数学全真预测卷

赠册 参考答案及解析

主编 华腾新思职教高考研究中心

国家开放大学出版社·北京

图书在版编目(CIP)数据

职教高考数学全真预测卷 / 华腾新思职教高考研究中心主编. -- 北京: 国家开放大学出版社, 2026. 3.  
ISBN 978-7-304-13782-3

I. G634.605

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2026KP1409 号

职教高考数学全真预测卷

ZHIJIAO GAOKAO SHUXUE QUANZHEN YUCEJUAN

主编 华腾新思职教高考研究中心

出版·发行: 国家开放大学出版社

电话: 营销中心 010-68180820

总编室 010-68182524

网址: <http://www.crtvup.com.cn>

地址: 北京市海淀区西四环中路 45 号

邮编: 100039

经销: 新华书店北京发行所

策划编辑: 屈刚

版式设计: 刘文东

责任编辑: 王玉婷

责任校对: 韩笑

责任印制: 陈晨 王雅

印刷: 河北龙大印务有限公司

版本: 2026 年 3 月第 1 版

2026 年 3 月第 1 次印刷

开本: 880mm×1230mm 1/8

印张: 9.25 字数: 171 千字

书号: ISBN 978-7-304-13782-3

定价: 42.00 元

(如有缺页或倒装, 本社负责退换)

意见及建议: OUCP\_ZYJY@ouchn.edu.cn

# 前 言

山东省职教高考是以中等职业教育应届毕业生和符合条件的社会人员为对象的选拔性考试。有关高等职业院校将根据考生成绩，按已确定的招生计划，德智体全面衡量，择优录取。山东省职教高考因具有较高的信度、效度以及必要的区分度和适当的难度，成为高等职业院校招生的重要依据，受到越来越多考生、家长和学校的重视。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络，我们特组织多所中等职业学校一线任课教师，根据各考试科目的大纲要求，深入研究了近几年职教高考的命题情况，针对命题中出现的最新变化，精心编写了本书，供广大考生在复习时使用。

本书有以下鲜明特色。

## 1. 名师精研，凝结智慧

本书编者系中等职业学校的骨干教师，他们始终工作在教学一线，熟悉考情和考生的备考情况，在长期的教学实践中，总结出了丰富的教学经验，拥有先进的编写理念和系统的编写思路，这使得本书具有较高的参考价值。

## 2. 内容全面，重点突出

本书是山东省职教高考的复习用书，知识体系、试题类型、试题难度等的设计均参照最新考试大纲，旨在系统全面地梳理知识点，同时帮助考生高效掌握核心技能，培养良好的学习习惯和解决问题的能力。

## 3. 编排合理，设计科学

本书共十八套全真预测卷，知识点的选取与题型、试题难度等设计均参照了历年考试真题和考试大纲，体现出考试特色，做到既能把握考试的命题特点，又能体现其发展趋势；本书可以很好地帮助考生把握高考难度，提高答题速度，巩固所学知识，查漏补缺，提高应试能力，达到掌握知识的目的。

本书配套的参考答案及解析，详细独到，由点及面，既方便考生核对正误，又可帮助考生查漏补缺，校正解题思路，步步为营。考生掌握一道题的解法，就可以触类旁通，掌握一类题的解法，从而更加有效地解决疑难问题。

衷心地希望本书能成为考生学习之路上的一盏明灯，引领考生在知识的海洋中扬帆远航！

华腾新思职教高考研究中心

# 目 录

数学全真预测卷（一）	共 8 页
数学全真预测卷（二）	共 8 页
数学全真预测卷（三）	共 8 页
数学全真预测卷（四）	共 8 页
数学全真预测卷（五）	共 8 页
数学全真预测卷（六）	共 8 页
数学全真预测卷（七）	共 8 页
数学全真预测卷（八）	共 8 页
数学全真预测卷（九）	共 8 页
数学全真预测卷（十）	共 8 页
数学全真预测卷（十一）	共 8 页
数学全真预测卷（十二）	共 8 页
数学全真预测卷（十三）	共 8 页
数学全真预测卷（十四）	共 8 页
数学全真预测卷（十五）	共 8 页
数学全真预测卷（十六）	共 8 页
数学全真预测卷（十七）	共 8 页
数学全真预测卷（十八）	共 8 页





27. (本小题 8 分) 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_2 + a_3 = 9, a_1 \cdot a_2 = 6$ .

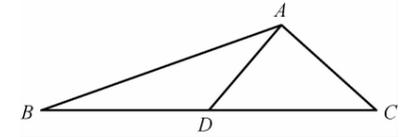
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \frac{3^{a_n}}{6^{n+1}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

28. (本小题 8 分) 如图所示, 已知  $\sin \angle BAC + \sqrt{3} \cos \angle BAC = 0, AC = 2, BC = 2\sqrt{7}$ .

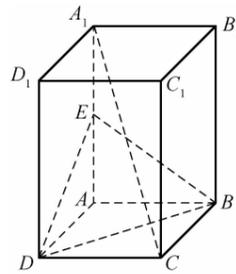
(1) 求  $AB$  的长;

(2) 设  $D$  为  $BC$  边上一点, 且  $AD \perp AC$ , 求  $\triangle ABD$  的面积.



29. (本小题 8 分) 如图所示, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=1, BC=\sqrt{2}, AA_1=\sqrt{3}$ ,  $E$  为  $AA_1$  的中点.

- (1) 求证:  $A_1C \parallel$  平面  $BDE$ ;
- (2) 求  $A_1C$  与平面  $ABCD$  所成的角的大小.

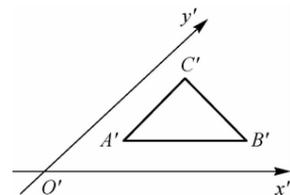


30. (本小题 9 分) 已知椭圆和双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  有共同的左、右焦点  $F_1, F_2$ , 且椭圆的离心率为  $\frac{3}{5}$ .

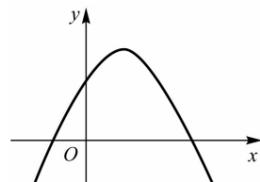
- (1) 求椭圆的标准方程;
- (2) 设点  $P$  是椭圆与双曲线左支的交点, 求  $\cos \angle F_1PF_2$  的值.



14. 如图所示,  $\triangle A'B'C'$  是水平放置的  $\triangle ABC$  的直观图, 其中  $B'C' = C'A' = 1, A'B' \parallel x'$  轴,  $A'C' \parallel y'$  轴, 则  $BC =$  ( )



- A.  $\sqrt{2}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{6}$                       D. 4
15. 小明在计算一组数据的方差时, 列出的算式为:  $s^2 = \frac{(6-8)^2 + 2 \times (7-8)^2 + 3 \times (8-8)^2 + 2 \times (10-8)^2}{7}$ . 根据算式信息, 下列判断错误的是 ( )
- A. 算术平均数是 8                      B. 极差是 2  
C. 众数是 8                      D. 中位数是 8
16. 若二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  为常数) 的图像如图所示, 则下列式子不正确的是 ( )



- A.  $a < 0$                       B.  $c < 0$   
C.  $b > 0$                       D.  $b^2 - 4ac > 0$
17. 若数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$ , 其前 2 014 项和为  $S_{2014}$ , 则  $S_{2014} =$  ( )
- A. 1 006                      B. 502  
C. -1 008                      D. 0
18. 在  $(x+3)^n$  的展开式中, 若各项系数之和与各项的二项式系数之和的比为 32, 则  $n$  的值为 ( )
- A. 4                      B. 5  
C. 6                      D. 7
19. 在世界田联洲际巡回赛——第 33 届国际体育团结运动会上, 由中国新一代短跑选手汤星强、陈冠锋、严海滨、邓智舰组成的中国男子接力队, 以 39 秒 74 的成绩夺得男子  $4 \times 100$  米接力的冠军. 现在中国男子短跑队名将云集, 在  $4 \times 100$  米接力比赛前, 中国队有 6 名队员做好了上场准备, 如果你是本次比赛的教练员, 在比赛中可以采用的排兵布阵方式有 ( )
- A. 15 种                      B. 360 种  
C. 720 种                      D. 30 种

20. 已知  $a, b$  是空间中不同的两条直线,  $\alpha, \beta$  是空间中不同的两个平面, 下列说法正确的是 ( )
- A. 如果  $a \subseteq \alpha, b \parallel \alpha$ , 那么  $a \parallel b$   
B. 如果  $a \subseteq \alpha, \alpha \cap \beta = b$ , 那么  $a$  与  $b$  相交  
C. 如果  $a \subseteq \alpha, b \subseteq \beta, \alpha \parallel \beta$ , 那么  $a \parallel b$   
D. 如果  $a \subseteq \alpha, b \subseteq \beta, \alpha \parallel \beta$ , 那么  $a$  与  $b$  没有公共点

**卷二(非选择题 共 60 分)**

**二、填空题(本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分)**

21. 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_2 + a_3 = 1, a_7 + a_8 + a_9 = 16$ , 则  $a_4 + a_5 + a_6 =$  \_\_\_\_\_.
22. 有两张卡片, 一张卡片的正、反面分别写着数字 0 与 1, 另一张的正、反面分别写着数字 2 与 3, 分别用两张卡片中的一个数字组成一个两位数, 则所组成的两位数为偶数的概率是 \_\_\_\_\_.
23. 在边长为 2 的正方形  $ABCD$  中,  $\vec{AC} \cdot \vec{CD} =$  \_\_\_\_\_.
24. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$  ( $a > 0$ ) 的一个顶点是抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点, 则双曲线的渐近线方程是 \_\_\_\_\_.
25. 已知函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ . 给出下列结论:
- ①  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ ;  
②  $f(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}\right]$  上单调递增;  
③ 把函数  $y = \sin 2x$  的图像上所有点向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 可得到函数  $y = f(x)$  的图像.
- 其中所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_.

**三、解答题(本大题共 5 个小题, 共 40 分)**

26. (本小题 7 分) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = ax^2 - 2x$ , 且  $f(-4) = -8$ . 求:
- (1) 实数  $a$  的值;  
(2) 该函数的解析式.

27. (本小题 8 分) 已知向量  $\mathbf{a} = (\sin \theta, -2)$  与  $\mathbf{b} = (1, \cos \theta)$  互相垂直, 其中  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

(1) 求  $\sin \theta$  和  $\cos \theta$  的值;

(2) 求  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$  的值.

28. (本小题 8 分) 已知椭圆  $G$  的中心在坐标原点, 长轴在  $x$  轴上, 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 两个焦点分别为  $F_1$  和  $F_2$ , 椭圆  $G$  上一点  $P$  到  $F_1$  和  $F_2$  的距离之和为 12. 圆  $C: x^2 + y^2 + 2kx - 4y - 21 = 0 (k \in \mathbf{R})$  的圆心为点  $A$ . 求:

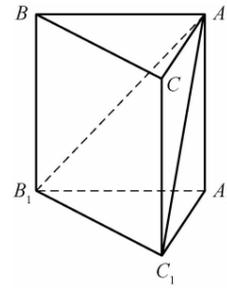
(1) 椭圆  $G$  的方程;

(2)  $\triangle AF_1F_2$  的面积.

29. (本小题 8 分) 如图所示, 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 已知  $AB=13, BC=12, CA=5$ , 且直线  $AC_1$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成的角为  $60^\circ$ .

(1) 《九章算术》中将四个面都为直角三角形的三棱锥称为“鳖臑(biē nàò)”, 试判断三棱锥  $A-A_1B_1C_1$  是否为“鳖臑”, 并说明理由;

(2) 求三棱锥  $A-A_1B_1C_1$  的体积.

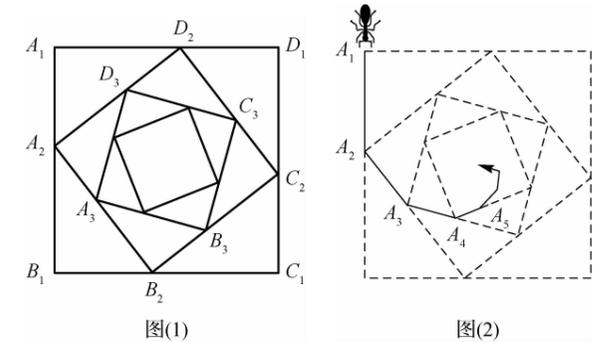


30. (本小题 9 分) 如图(1)所示, 四边形  $A_1B_1C_1D_1$  是边长为 14 cm 的正方形,  $A_2, B_2, C_2, D_2$  依次将  $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$  分成  $3:4$  的两部分, 得到正方形  $A_2B_2C_2D_2$ . 依循相同的规律,  $A_3, B_3, C_3, D_3$  依次将  $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2A_2$  分成  $3:4$  的两部分, 得到正方形  $A_3B_3C_3D_3$ . 不断重复这个步骤, 得到正方形  $A_4B_4C_4D_4, \dots, A_nB_nC_nD_n, \dots$ .

(1) 求  $A_2B_2$ ;

(2) 求  $A_2A_3 : A_1A_2$ ;

(3) 一蚂蚁从  $A_1$  出发, 沿路径  $A_1A_2A_3 \dots A_n \dots$  爬行, 如图(2)所示, 证明: 该蚂蚁所爬行的总距离不能大于 21 cm.



(赠册)

山东省春季高考“三轮”复习专用

**职教高考数学全真预测卷**  
**参考答案及解析**

国家开放大学出版社·北京

# 目 录

数学全真预测卷(一)参考答案及解析 .....	1
数学全真预测卷(二)参考答案及解析 .....	4
数学全真预测卷(三)参考答案及解析 .....	6
数学全真预测卷(四)参考答案及解析 .....	9
数学全真预测卷(五)参考答案及解析 .....	13
数学全真预测卷(六)参考答案及解析 .....	16
数学全真预测卷(七)参考答案及解析 .....	19
数学全真预测卷(八)参考答案及解析 .....	22
数学全真预测卷(九)参考答案及解析 .....	25
数学全真预测卷(十)参考答案及解析 .....	28
数学全真预测卷(十一)参考答案及解析 .....	31
数学全真预测卷(十二)参考答案及解析 .....	34
数学全真预测卷(十三)参考答案及解析 .....	37
数学全真预测卷(十四)参考答案及解析 .....	40
数学全真预测卷(十五)参考答案及解析 .....	44
数学全真预测卷(十六)参考答案及解析 .....	47
数学全真预测卷(十七)参考答案及解析 .....	50
数学全真预测卷(十八)参考答案及解析 .....	54

## 数学全真预测卷(一)

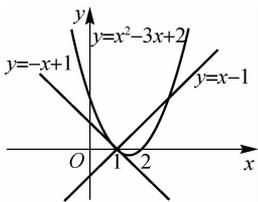
### 参考答案及解析

#### 一、选择题

1. A 解析: 因为  $A = \{x | -1 < x < 6\}$ ,  $B = \{x | 2 < x < 3\}$ , 且  $-1 < 2 < 3 < 6$ , 所以  $B \subseteq A$ , 故选 A.
2. B 解析: 由题意可知  $f(-2) = 2 + (-2) = 0$ ,  $f(0) = 2^0 = 1$ , 所以  $f(-2) + f(0) = 0 + 1 = 1$ . 故选 B.
3. A 解析: 因为  $(x^2 - 1) + (x^2 + 3x + 2)i$  是纯虚数, 则  $x^2 - 1 = 0$  且  $x^2 + 3x + 2 \neq 0$ , 则  $x = \pm 1$  且  $x \neq -1$  且  $x \neq -2$ , 则  $x = 1$ . 故选 A.
4. C 解析: 因为分式的分母不为零, 则  $x + 1 \neq 0$ , 解得  $x \neq -1$ , 所以函数  $y = \frac{x}{x+1}$  的定义域是  $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ . 故选 C.
5. B 解析: 从上面看该几何体的俯视图有一个凸起的半圆, 故选 B.
6. C 解析: 对数式  $\log_2 a = 3$  化成指数式为  $2^3 = a$ , 所以  $a^2 = 8^2 = 64$ . 故选 C.
7. C 解析: 若  $a$  与  $b$  共线, 则  $4x - 1 \times 2 = 0$ , 解得  $x = \frac{1}{2}$ . 故选 C.
8. A 解析:  $\overrightarrow{P_1 P_2} + \overrightarrow{P_2 P_3} + \overrightarrow{P_3 P_4} = \overrightarrow{P_1 P_4} = (-1 - 1, -6 - 3) = (-2, -9)$ . 故选 A.
9. C 解析: 由题意可知  $a_1 = 1, a_2 = 3a_1 - 1 = 3 \times 1 - 1 = 2, a_3 = 3a_2 - 1 = 3 \times 2 - 1 = 5, a_4 = 3a_3 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14$ . 故选 C.
10. B 解析: 因为在甲方, 只有卡片“9”比卡片“8”和卡片“7”大, 所以甲比乙大的概率是  $\frac{1}{3}$ . 故选 B.
11. B 解析: 由题意可知骑自行车上学的学生人数大约为  $1500 \times (1 - 40\% - 30\% - 10\%) = 300$ . 故选 B.
12. B 解析: 由题意可知, 函数  $f(x) = 4\sin\left(6x + \frac{5\pi}{6}\right)$  的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ . 故选 B.
13. C 解析:  $P(\xi \leq 1) = P(\xi = 0) + P(\xi = 1) = 0.2 + 0.2 = 0.4$ . 故选 C.
14. A 解析: 因为角  $\theta$  的终边经过点  $P(1, 2)$ , 则  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 所以  $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 2 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{3}{5}$ . 故选 A.
15. D 解析: 由题意可知, 抛物线  $x^2 = -2y$  的焦点坐标为  $(0, -\frac{1}{2})$ , 准线为  $y = \frac{1}{2}$ . 又抛物线  $x^2 = -2y$  上的点  $M$  到点  $(0, -\frac{1}{2})$  的距离为 5, 根据抛物线的定义可知, 点  $M$  到直线  $y = \frac{1}{2}$  的距离为 5. 故选 D.
16. D 解析:  $\left(\frac{1}{x} - x^2\right)^6$  展开式的通项为  $T_{r+1} = C_6^r \left(\frac{1}{x}\right)^{6-r} (-x^2)^r = (-1)^r C_6^r x^{3r-6}$ , 令  $3r - 6 = 3$ , 即  $r = 3$  时,  $T_4 = (-1)^3 C_6^3 x^3 = -20x^3$ , 故  $x^3$  的系数是  $-20$ . 故选 D.
17. C 解析: 由题意可知, 圆  $x^2 + y^2 - 2x + 2ky + 1 = 0 (k > 0)$  的标准方程为圆  $(x - 1)^2 + (y + k)^2 = k^2 (k > 0)$ . 又圆的面积为  $\pi k^2 = 4\pi$ , 解得  $k = 2$ . 故选 C.
18. D 解析: 因为函数  $F(x) = f(x) - 2$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 则可列方程组  $\begin{cases} F(0) = 0, \\ F(-1) = -F(1), \end{cases}$  即  $\begin{cases} f(0) - 2 = 0, \\ f(-1) - 2 = -[f(1) - 2], \end{cases}$  解得  $\begin{cases} f(0) = 2, \\ f(1) = 3, \end{cases}$  所以  $f(0) + f(1) = 2 + 3 = 5$ . 故选 D.
19. C 解析:  $\because$  四面体  $D-ABC$  为正四面体,  $\therefore \triangle ABC, \triangle DBC$  均为正三角形.  $\because$  点  $E$  为  $BC$  的中点,

$\therefore AE \perp BC, DE \perp BC. \therefore AE \cap DE = E, AE \subseteq \text{平面} ADE, DE \subseteq \text{平面} ADE, \therefore BC \perp \text{平面} ADE.$  故选 C.

20. A **解析:** 根据题意, 在同一个直角坐标系中, 同时画出函数  $y = -x + 1, y = x^2 - 3x + 2, y = x - 1, f(x) = \max\{-x + 1, x^2 - 3x + 2, x - 1\}$  表示的含义是三个图像对比, 靠上方的部分, 如图分析, 最小值为三图像的共同交点位置的  $y$  值, 故选 A.



## 二、填空题

21. 8 **解析:** 因为  $\frac{a_1 + a_2}{2} = 6.5, \frac{a_3 + a_4 + a_5}{3} = 9$ , 所以

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = \frac{2 \times 6.5 + 3 \times 9}{5} = 8.$$

22.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$  **解析:** 由题意可知  $|a| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$

$|b| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5, a \cdot b = 1 \times 3 + 1 \times (-4) = -1.$  根据向量的数量积  $a \cdot b = |a| |b| \cos \theta,$  得

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \times 5} = -\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

23. -2 **解析:** 由题意可知, 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} - \sqrt{n+1} = 1 - \sqrt{n+1},$  所以数列  $\{a_n\}$  的前 8 项和为  $S_8 = 1 - \sqrt{8+1} = -2.$

24.  $5x - y - 16 = 0$  **解析:** 由题意可知, 线段 AB 的中点坐标为  $(4, 4),$  线段 AB 的斜率  $k = \frac{3-5}{9-(-1)} =$

$-\frac{1}{5},$  所以线段 AB 的垂直平分线的斜率为 5. 又

因为其垂直平分线经过点  $(4, 4),$  所以可列点斜式方程为  $y - 4 = 5(x - 4),$  即  $5x - y - 16 = 0.$

25.  $-\frac{1}{2}$  **解析:**  $\frac{\cos(\alpha - 2\pi)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\frac{1}{\tan \alpha} =$

$$-\frac{1}{2}.$$

## 三、解答题

26. **解:** (1)  $\because f(1) = 3,$

$$\therefore f(1) = 1 + \frac{m}{1} = 3, \text{ 解得 } m = 2.$$

(2) 由(1)知, 函数  $f(x) = x + \frac{2}{x},$  是奇函数.

证明如下: 函数  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  的定义域为  $\{x | x \neq 0\},$  关于原点对称,

$$f(-x) = -x - \frac{2}{x} = -\left(x + \frac{2}{x}\right) = -f(x),$$

$\therefore$  函数  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  是奇函数.

27. **解:** (1) 根据题意, 可列方程组

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 = 9, \\ a_1 \cdot a_2 = 6, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1 = 2, \\ a_2 = 3, \end{cases}$$

则等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d = a_2 - a_1 = 1,$

所以数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n + 1 (n \in \mathbf{N}^*).$

(2) 由题意可知  $b_n = \frac{3^{n+1}}{6^{n+1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1},$

$$\text{则 } b_1 = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{2},$$

所以数列  $\{b_n\}$  是首项为  $\frac{1}{4},$  公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列.

根据等比数列的前  $n$  项和公式可得,

数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^{n+1}} (n \in \mathbf{N}^*).$

28. **解:** (1)  $\triangle ABC$  中,

$$\text{因为 } \sin \angle BAC + \sqrt{3} \cos \angle BAC = 0,$$

$$\text{所以 } \tan \angle BAC = \frac{\sin \angle BAC}{\cos \angle BAC} = -\sqrt{3}.$$

因为  $\angle BAC \in (0, \pi),$  所以  $\angle BAC = \frac{2\pi}{3},$

$$\cos \angle BAC = -\frac{1}{2}.$$

又因为  $BC = 2\sqrt{7}$ ,  $AC = 2$ , 由余弦定理可得  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle BAC$ ,

$$\text{即 } 28 = 4 + AB^2 - 2 \times 2 \times AB \times \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$\text{即 } AB^2 + 2AB - 24 = 0,$$

$$(AB+6)(AB-4) = 0,$$

解得  $AB = -6$  (舍去) 或  $AB = 4$ ,

所以  $AB$  的长为 4.

(2) 因为  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C$ ,

$$\text{所以 } 16 = 4 + 28 - 2 \times 2\sqrt{7} \times 2 \times \cos C,$$

$$\text{所以 } \cos C = \frac{2}{\sqrt{7}},$$

而  $AD \perp AC$ , 则  $\angle DAC = 90^\circ$ ,

$$\text{故 } \cos C = \frac{AC}{DC} = \frac{2}{\sqrt{7}},$$

$$\text{解得 } |DC| = \frac{AC}{\cos C} = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{7}}} = \sqrt{7},$$

$$\text{所以 } CD = \frac{1}{2}BC.$$

$$\text{因为 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \times 4 \times$$

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\text{所以 } \triangle ABD \text{ 的面积为 } S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}.$$

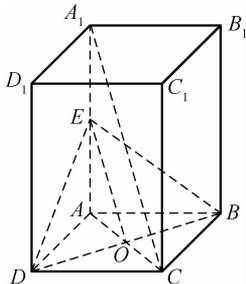
29. (1) **证明:** 由题图, 连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ , 连接

$OE$ , 因为底面  $ABCD$  为长方形,

所以  $O$  为  $AC$  的中点, 又因为  $E$  为  $AA_1$  的中点,

所以  $OE$  为  $\triangle AA_1C$  的中位线,

因此,  $A_1C \parallel OE$ , 又因为  $OE \subset$  平面  $BDE$ , 且  $A_1C \not\subset$  平面  $BDE$ , 所以  $A_1C \parallel$  平面  $BDE$ .



(2) **解:** 由题知  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  为长方体, 所以  $AA_1 \perp$  底面  $ABCD$ ,

所以  $\angle A_1CA$  为  $A_1C$  与平面  $ABCD$  所成的角.

在直角三角形  $ABC$  中,  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3}$ ,

$$\text{因此 } \tan \angle A_1CA = \frac{AA_1}{AC} = 1,$$

故可知  $A_1C$  与平面  $ABCD$  所成的角的大小为  $\frac{\pi}{4}$ .

30. **解:** (1) 设椭圆的标准方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b >$

$$0), c^2 = a^2 - b^2.$$

因为椭圆和双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  有共同的左、右焦

点  $F_1, F_2$ ,

所以  $c^2 = 4 + 5 = 9$ , 解得  $c = 3$ .

又因为椭圆的离心率为  $\frac{3}{5}$ ,

$$\text{所以 } e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}, \text{ 解得 } a = 5.$$

由  $b^2 = a^2 - c^2$ , 得  $b^2 = 5^2 - 3^2 = 16$ .

所以椭圆的标准方程为  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

(2) 在双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  中,

$$|F_1F_2| = 2 \times \sqrt{4+5} = 2 \times 3 = 6.$$

设  $|PF_1| = n$ ,  $|PF_2| = m$ .

因为点  $P$  是椭圆与双曲线左支的交点,

$$\text{所以 } \begin{cases} m+n=10, \\ m-n=4, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=7, \\ n=3. \end{cases}$$

在  $\triangle F_1PF_2$  中, 由余弦定理得

$$\begin{aligned} \cos \angle F_1PF_2 &= \frac{|PF_2|^2 + |PF_1|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_2||PF_1|} \\ &= \frac{7^2 + 3^2 - 6^2}{2 \times 7 \times 3} \\ &= \frac{11}{21}. \end{aligned}$$

## 数学全真预测卷(二)

### 参考答案及解析

#### 一、选择题

1. D 解析:  $M = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ ,  $N = \{x | x < 2\}$ ,  $M \cap N = \{-3, -2, -1, 1\}$ . 故选 D.

2. C 解析:  $\cos(-390^\circ) = \cos 390^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . 故选 C.

3. A 解析: A.  $a < b \Rightarrow a - c < b - c$ ; B.  $a, b$  有定义域的要求; C. 当  $c > 0$  时才成立; D. 当  $a, b$  同号时才成立. 故选 A.

4. B 解析: A.  $(a^2)^{\frac{1}{2}} = |a|$ ; B.  $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ; C.  $\lg 2 + \lg 5 = \lg 10 = 1$ ; D.  $\log_2 8 = 3$ . 故选 B.

5. D 解析:  $|2x - 1| > 1 \Rightarrow 2x - 1 < -1$  或  $2x - 1 > 1 \Rightarrow x < 0$  或  $x > 1$ . 故选 D.

6. C 解析:  $\begin{cases} 2-x > 0, \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2, \\ x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow x < 2$  且  $x \neq -1$ . 故选 C.

7. A 解析: 由题意可得, 学校宿舍与办公室相距  $a$  m, 从宿舍出发, 先匀速跑步 3 min 来到办公室, 路程从 0 到  $a$  m, 停留 2 min, 这段时间, 路程不变, 匀速步行 10 min 返回宿舍, 路程从  $a$  m 到  $2a$  m, 只有 A 选项的图像符合要求. 故选 A.

8. D 解析: A.  $f(x) = x \cdot \sin x$  是偶函数; B.  $f(x) = \log_2 x$  是非奇非偶函数; C.  $f(x) = \cos x$  是偶函数; D.  $f(x) = 3^x - 3^{-x}$ ,  $\because x \in \mathbf{R}, f(-x) = 3^{-x} - 3^x = -f(x)$ ,  $\therefore f(x)$  是奇函数. 故选 D.

9. A 解析: 根据反比例函数、二次函数、对数函数、绝对值函数的图像和性质, 易得结论. 故选 A.

10. B 解析:  $a // b \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x}{-1} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ . 故选 B.

11. A 解析: 若  $z_1 = z_2$ , 则  $m^2 + m + 1 = 3$  且  $m^2 +$

$m - 4 = -2$ , 解得  $m = -2$  或  $m = 1$ , 则“ $m = 1$ ”是“ $z_1 = z_2$ ”的充分不必要条件. 故选 A.

12. A 解析: 设所求直线方程为  $x - y + t = 0$ .  $\because$  圆心  $O(0, 0)$ ,  $r = 1$ ,  $\therefore d = \frac{|0 - 0 + t|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|t|}{\sqrt{2}}$

$1$ ,  $\therefore t = \pm\sqrt{2}$ ,  $\therefore l: x - y \pm\sqrt{2} = 0$ . 故选 A.

13. B 解析:  $\because$  准线方程为  $y = -2$ ,  $\therefore$  抛物线的标准方程是  $x^2 = 8y$ . 故选 B.

14. C 解析: 依题意, 因为  $A'B' // x'$  轴,  $A'C' // y'$  轴, 故  $\angle C'A'B' = 45^\circ$ , 在平面图  $xOy$  直角坐标系中, 有  $\angle CAB = 90^\circ$ , 又  $B'C' = C'A' = 1$ , 则  $\angle A'C'B' = 90^\circ$ ,  $A'B' = \sqrt{2}$ , 所以  $AC = 2A'C' = 2$ ,  $AB = A'B' = \sqrt{2}$ ,  $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{6}$ , 故选 C.

15. B 解析: 根据列出的算式, 这组数据为 6, 7, 7, 8, 8, 8, 10, 10. A. 这组数据的平均数是 8, 故选项 A 说法正确, 不符合题意; B. 这组数据的极差是  $10 - 6 = 4$ , 故 B 说法错误, 符合题意; C. 这组数据的众数是 8, 故选项 C 说法正确, 不符合题意; D. 这组数据的中位数是  $\frac{8+8}{2} = 8$ , 故选项 D 说法正确, 不符合题意. 故选 B.

16. B 解析:  $\because$  抛物线开口向下,  $\therefore a < 0$ .  $\because$  对称轴  $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ,  $\therefore b > 0$ .  $\because$  抛物线与  $y$  轴的交点在  $x$  轴的上方,  $\therefore f(0) = c > 0$ .  $\because$  抛物线与  $x$  轴有两个交点,  $\therefore b^2 - 4ac > 0$ . 故选 B.

17. C 解析:  $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$ ,  $S_{2014} = (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_5 + a_6 + a_7 + a_8) + \cdots + a_{2013} + a_{2014} = [1 \times 0 + 2 \times (-1) + 3 \times 0 + 4 \times 1] + \cdots + 2013 \times 0 + 2014 \times (-1) = 2 \times 503 - 2014 = -1008$ . 故选 C.

18. B 解析: 由题意知, 令  $x = 1$ , 则各项系数之和为  $4^n$ , 因为二项展开式各项的二项式系数之和为  $2^n$ , 所以各项系数之和与各项的二项式系数之和的比为  $\frac{4^n}{2^n} = \frac{2^{2n}}{2^n} = 2^n = 32$ , 所以  $n = 5$ , 故选 B.

19. B 解析: 在比赛中排兵布阵方式有  $A_4^4 = 360$  (种), 故选 B.

20. D 解析: 如果  $a \subseteq \alpha, b // \alpha$ , 那么  $a // b$  或  $a$  与  $b$  异面, A 项错误; 如果  $a \subseteq \alpha, \alpha \cap \beta = b$ , 那么  $a$  与  $b$  相交或平行, B 项错误; 如果  $a \subseteq \alpha, b \subseteq \beta, \alpha // \beta$ , 那么  $a // b$  或  $a$  与  $b$  异面, 此时  $a$  与  $b$  没有公共点, C 项错误, D 项正确. 故选 D.

## 二、填空题

21.  $\pm 4$  解析: 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 则  $a_7 + a_8 + a_9 = (a_1 + a_2 + a_3)q^6 = 16$ , 解得  $q^6 = 16$ . 而  $a_4 + a_5 + a_6 = (a_1 + a_2 + a_3)q^3$ , 由  $q^6 = 16$ , 解得  $q^3 = \pm 4$ , 则  $a_4 + a_5 + a_6 = 1 \times (\pm 4) = \pm 4$ .

22.  $\frac{1}{2}$  解析: 两张卡片组成的所有两位数: 12, 13, 20, 21, 30, 31. 满足两位数是偶数的有 12, 20, 30,  $\therefore P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

23.  $-4$  解析:  $\vec{AC} \cdot \vec{CD} = |\vec{AC}| |\vec{CD}| \cdot \cos 135^\circ = 2\sqrt{2} \times 2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -4$ .

24.  $y = \pm x$  解析:  $\because$  抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F(1, 0)$ ,  $\therefore a^2 = 1$ , 即双曲线方程为  $x^2 - y^2 = 1$ ,  $\therefore$  渐近线方程为  $y = \pm x$ .

25. ①② 解析: 对于①,  $f(x)$  的最小正周期为  $T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ , 故①正确; 对于②, 因为  $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}\right]$ , 所以  $2x + \frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ , 由正弦函数的图像可知,  $f(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{12}\right]$  上单调递增, 故②正确; 对于③, 函数  $y = \sin 2x$  的图像上所有点向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 则  $y = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right] = \sin\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)$ , 而  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 故③错.

## 三、解答题

26. 解: (1) 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,

且  $f(-4) = -8$ , 所以  $f(4) = 8$ .

又当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = ax^2 - 2x$ ,

则有  $f(4) = a \cdot 4^2 - 2 \times 4 = 8$ , 解得  $a = 1$ .

(2) 由(1)可知, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2x$ ,

当  $x < 0$  时,  $-x > 0$ , 则  $f(-x) = (-x)^2 - 2 \cdot (-x) = x^2 + 2x$ ,

又  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 所以  $f(x) = -f(-x) = -x^2 - 2x$ ,

所以  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ -x^2 - 2x, & x < 0. \end{cases}$

27. 解: (1)  $\because \theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,

$\therefore \sin \theta > 0, \cos \theta > 0$ .

又  $\because \mathbf{a} = (\sin \theta, -2)$  与  $\mathbf{b} = (1, \cos \theta)$  互相垂直,

$\therefore \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ,

即  $\begin{cases} \sin \theta \times 1 + (-2) \times \cos \theta = 0, \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} \sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \\ \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}. \end{cases}$

(2)  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4}$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

28. 解: (1)  $\because |PF_1| + |PF_2| = 12$ ,

$\therefore a = 6$ .

又  $\because e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\therefore c = 3\sqrt{3}$ .

$\therefore b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 27 = 9$ .

$\because$  椭圆的长轴在  $x$  轴上,

$\therefore$  所求椭圆的方程为  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

(2)  $\because$  圆  $C: x^2 + y^2 + 2kx - 4y - 21 = 0 (k \in \mathbf{R})$ ,

$\therefore$  圆心  $A(-k, 2)$ .

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AF_1F_2} &= \frac{1}{2} |F_1F_2| \cdot |y_A| \\ &= \frac{1}{2} \times 2c \times 2 \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3\sqrt{3} \times 2 \\ &= 6\sqrt{3}. \end{aligned}$$

29. 解: (1) 在  $\triangle ABC$  中,  $\because AC^2 + BC^2 = AB^2$ ,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle ABC$  为直角三角形,

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$  为直角三角形.

$\because AA_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ , 且  $A_1C_1 \subseteq$  平面  $A_1B_1C_1$ ,  
 $A_1B_1 \subseteq$  平面  $A_1B_1C_1$ ,  $B_1C_1 \subseteq$  平面  $A_1B_1C_1$ ,

$\therefore AA_1 \perp A_1C_1, AA_1 \perp A_1B_1, AA_1 \perp B_1C_1$ ,

$\therefore \triangle AA_1C_1$  和  $\triangle AA_1B_1$  为直角三角形.

由  $B_1C_1 \perp AA_1, B_1C_1 \perp A_1C_1, AA_1 \cap A_1C_1 = A_1$ ,

$AA_1, A_1C_1 \subseteq$  平面  $ACC_1A_1$ ,

得  $B_1C_1 \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ,

$\because AC_1 \subseteq$  平面  $ACC_1A_1$ ,

$\therefore B_1C_1 \perp AC_1, \triangle AB_1C_1$  为直角三角形,

$\therefore$  三棱锥  $A-A_1B_1C_1$  为鳖臑.

(2)  $\because$  在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1$ ,

$\therefore$  直线  $AC_1$  与平面  $A_1B_1C_1$  所成的角为  $\angle AC_1A_1$ ,

$$\therefore \angle AC_1A_1 = 60^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle AA_1C_1$  中,  $AA_1 = A_1C_1 \cdot \tan 60^\circ = 5\sqrt{3}$ ,

$$\therefore V_{A-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle A_1B_1C_1} \cdot AA_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 5 \times$$

$$12 \times 5\sqrt{3} = 50\sqrt{3}.$$

30. 解: (1) 依题意  $A_1A_2 = \frac{3}{7} A_1B_1 = \frac{3}{7} \times 14 = 6$ ,

$$B_1A_2 = \frac{4}{7} A_1B_1 = \frac{4}{7} \times 14 = 8,$$

$$\text{则 } B_1B_2 = A_1A_2 = 6,$$

$$\text{所以 } A_2B_2 = \sqrt{(A_2B_1)^2 + (B_1B_2)^2} = 10.$$

(2) 由(1)可得  $A_1A_2 = 6, A_2B_2 = 10$ ,

$$\text{则 } A_2A_3 = \frac{3}{7} A_2B_2 = \frac{30}{7},$$

$$\text{所以 } A_2A_3 : A_1A_2 = \frac{30}{7} : 6 = 5 : 7.$$

(3) 由(2)可知  $A_2A_3 : A_1A_2 = 5 : 7$ , 同理可得

$$A_nA_{n+1} : A_{n-1}A_n = 5 : 7.$$

$$\text{设 } a_n = A_nA_{n+1}, \text{ 则 } a_1 = 6, a_n = \frac{5}{7} a_{n-1},$$

即数列  $\{a_n\}$  是以 6 为首项,  $\frac{5}{7}$  为公比的等比数

列, 设其前  $n$  项和为  $S_n$ ,

$$\text{则 } S_n = \frac{6 \left[ 1 - \left( \frac{5}{7} \right)^n \right]}{1 - \frac{5}{7}} = 21 \left[ 1 - \left( \frac{5}{7} \right)^n \right] < 21,$$

所以该蚂蚁所爬行的总距离不能大于 21 cm.

## 数学全真预测卷(三)

### 参考答案及解析

#### 一、选择题

1. C 解析:  $U = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , 则  $\complement_U A = \{5, 7, 9\}$ . 故选 C.

2. A 解析:  $f(x) = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ ,  $f(4) = 2$ , 所以  $a = 2$ ,  $f(x) = \log_2 x$ ,  $f(8) = \log_2 8 = 3$ . 故选 A.

3. B 解析: A 中,  $y = x^{-1}$  是奇函数但不是增函数; B 中,  $y = x^3$  既是奇函数又是增函数; C 中,  $y = \log_2 x$  是非奇非偶函数; D 中,  $y = 2^x$  是非奇非偶函数. 故选 B.

4. C 解析: 由题意知  $x^2 - 3x + 2 > 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) > 0 \Rightarrow x > 2$  或  $x < 1$ . 故选 C.

5. A 解析:  $|2x - a| > 3 \Rightarrow x > \frac{3+a}{2}$  或  $x < \frac{a-3}{2} \Rightarrow \frac{3+a}{2} = 4 \Rightarrow a = 5$ . 故选 A.

6. B 解析: 因为  $p: x^2 > 4$ , 所以  $x > 2$  或  $x < -2$ . 故选 B.