中等职业教育课程改革创新教材
中等职业教育文化课系列教材

数 学

职业模块

财经、商贸及服务类

主编　赵新主

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

中等职业教育课程改革创新教材

数学 职业模块 财经、商贸及服务类

主编 赵新主

同济大学出版社 TONGJI UNIVERSITY PRESS

X-A

SHUXUE

数 学

职业模块

财经、商贸及服务类

ISBN 978-7-5608-8104-1

9 787560 881041 >

定价：29.80元

中等职业教育课程改革创新教材
中等职业教育文化课系列教材

数学

职业模块

财经、商贸及服务类

主编　赵新主

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书主要内容包括命题逻辑与条件判断、算法与程序框图、数据表格信息处理、编制计划的原理与方法、线性规划初步。书中知识点的讲解由易到难、由浅入深，遵循学生的认知规律。同时，作者在相应的知识点处还适当地设置了“做一做”“想一想”“议一议”“注意”等丰富的学习栏目。

本书可供中等职业学校财经、商贸及服务类或相近专业的学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学：职业模块. 财经、商贸及服务类 / 赵新主主编. -- 上海：同济大学出版社，2018.8(2022.2 重印)

ISBN 978-7-5608-8104-1

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①赵… Ⅲ. ①数学课-中等专业学校-教材 Ⅳ. ①G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 190195 号

数学：职业模块. 财经、商贸及服务类

赵新主 **主编**

责任编辑 边丽新 朱振华 **责任校对** 徐春莲 **封面设计** 刘文东

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

（地址：上海市四平路 1239 号 邮编：200092 电话：021-65985622）

经 销 全国各地新华书店

印 刷 三河市骏杰印刷有限公司

开 本 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张 9.25

字 数 153 000

版 次 2018 年 8 月第 1 版 2022 年 2 月第 2 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-8104-1

定 价 29.80 元

前言 PREFACE

本套教材是根据教育部颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(以下简称《教学大纲》)规定的课程教学目标和教学内容，紧密结合中等职业学校的教学实际和学生实际编写而成的，旨在帮助学生掌握必要的数学基础知识，提高其计算技能、计算工具使用技能和数据处理技能，培养学生的观察能力、空间想象能力、分析与解决问题的能力和数学思维能力，为其学习专业知识、掌握职业技能、继续学习和终身发展奠定基础.

本套教材分为《数学(职业模块　工科类)》和《数学(职业模块　财经、商贸及服务类)》。在内容的选取上严格按照《教学大纲》规定的教学内容与要求，遵循《教学大纲》对认知要求和技能与能力要求的规定.

本套教材的编写特色主要体现在以下几个方面：

1. 突出基础性，着眼于中职数学教学的实际

教材的编写遵循学生认知的发展规律，在保证科学性的基础上由已知到未知，由浅入深，由具体到抽象. 教材的编写从学生的实际状况出发，既做了与九年义务教育阶段的衔接，又兼顾了与专业课程的衔接.

2. 体现时代特征，突出数学与现代信息技术的结合

随着现代信息技术的不断更新发展，数学的教学手段和方法也在不断的更新。本教材的编写不但落实了《教学大纲》对计算器使用的要求，还落实了《教学大纲》对计算机软件的使用要求，意在培养学生的计算能力和数据处理能力，提升学生对数学的理解能力. 同时，利用软件的强大功能为教师教学提供更直观、高效的教学手段.

3. 注重学生的参与，紧密结合学生生活中的实际问题

教材在编写过程中最大可能地将课堂变成师生共同活动的场所，强调学生的参与. 因此，本教材在知识的形成过程中不但设计了“做一做”“议一议”“注意”等栏目，而且从生活实际问题引入数学概念，利用数学知识解决生活中的实际问题，让学生的思维活跃起来，从而激发他们的学习兴趣，提升其数学知识的应用能力.

本书内容学时分配可参考下表：

单元内容	学时数
第 1 单元　命题逻辑与条件判断	4
第 2 单元　算法与程序框图	12
第 3 单元　数据表格信息处理	10
第 4 单元　编制计划的原理与方法	14
第 5 单元　线性规划初步	14

由于编者的水平有限，书中难免存在不足之处，敬请使用本套教材的师生提出宝贵的意见和建议，以便今后作进一步修订。

编　者

目录 CONTENTS

第 1 单元　命题逻辑与条件判断

引 例

“问路问题”中的逻辑

在太平洋中有 A、B 两个相邻的小岛。A 岛居民都是诚实的人，B 岛的居民都是骗子。当你问一个问题时，A 岛的居民会告诉你正确的答案，而 B 岛的居民给你的答案都是错误的。一天，一个旅游者独自登上了两岛中的某个岛。他分辨不清这个岛是 A 岛还是 B 岛，只知道这个岛上的人既有本岛的居民又有另一岛的来客。他想问岛上的人“这是 A 岛还是 B 岛？”却又无法判断被问者的答案是否正确。因为如果旅游者直接问“这是 A 岛还是 B 岛？”那么当被问者是 A 岛人时，他会得到正确的回答；当被问者是 B 岛人时，他会得到错误的回答。两种回答截然相反，而旅游者又无法知道他得到的答案对不对，因此这样问话达不到问路的目的。

旅游者动脑筋想了一儿会，终于想出一个办法，他只需要问他所遇到的任意一人一句话，就能从对方的回答中准确无误地断定这里是哪个岛。你能猜出旅游者所问的问题吗？

聪明的旅游者的问话是：“你是这个岛的居民吗？”如果对方回答“是”，那么这个岛一定是 A 岛；如果对方回答“不是”，那么这个岛一定是 B 岛。

1.1　命题逻辑

1.1.1　命题的概念

注　意

除了陈述句，其他语句都不能作为命题，并且一个命题要么是真命题，要么是假命题，不能既真又假.

在日常生活、生产和科学研究中，经常要说一些表示判断的语句，如“6 是质数”“今天是星期三”等. 我们把这些语句称为**陈述句**.

有些陈述句叙述的事情是真的，如“1 大于 0”；有些陈述句叙述的事情是假的，如“-1 是自然数”；有些陈述句叙述的事情可能在叙述的时候不能判断是真是假，但到一定的时候能判断其是真是假，如“明天下雨”.

命题是一个能判断真假的陈述句. 命题的判断结果称为**真值**，它的取值是真与假. 真值为真的命题称为**真命题**，真值为假的命题称为**假命题**.

例 1　判断下列语句是否是命题，为什么？若是命题请说明是真命题还是假命题？

(1) $a+b$.

(2) $x>0$.

(3) 你说什么？

(4) 今天天气多好呀！

(5) 我明天或者后天去郑州.

(6) 一个整数为偶数当且仅当它能被 2 整除.

解　(1) 不是一个陈述句，所以不是命题.

(2) x 取值不确定，是一个不能确定真假的陈述句，所以不是命题.

(3) 是一个疑问句，不是陈述句，所以不是命题.

(4) 是一个感叹句，不是陈述句，所以不是命题.

(5) 是一个陈述句,真值由具体情况确定,所以是命题.

(6) 是一个陈述句,真值为真,所以是真命题.

命题可以用小写英文字母 $p,q,r,s,\cdots$ 表示;真值可以用 0,1 表示,用“1”表示真,用“0”表示假. 例如,p:4 是偶数,意思是 p 表示命题“4 是偶数”;p 的真值为 1,意思是 p 的真值为真,即为真命题.

注 意

能辨真假并不要求能够回答其真假,如“外星人是存在的”是一个命题,虽然目前还无法回答这个命题是真还是假.

做一做

指出下列语句是否是命题,若是命题请说明是真命题还是假命题.

(1) $\sqrt{2}$是无理数.

(2) 中国是一个人口众多的国家.

(3) 这座楼真高啊!

(4) 你喜欢“蓝色的多瑙河”吗?

(5) 请你关上门.

(6) 地球以外的星球上也有人.

(7) 我正在说假话.

(8) 0 是$\{0,1,2\}$的真子集.

1.1.2 逻辑联结词

命题可分为简单命题和复合命题. 如果一个命题不能分解成更简单的命题,则这个命题称为**简单命题**(或**原子命题**),如 1.1.1 中的命题都是简单命题.

由简单命题可以组合成比较复杂的命题. 例如:

(1) 5 是 15 的约数,并且 5 也是 20 的约数.

(2) 0.5 不是整数.

(3) $8>6$ 或者 $8>10$.

(4) 如果这个语句是命题,那么它就是个假命题.

上述命题都是由简单命题通过加了诸如“并且”“不是”“或者”“如果…,那么…”等这样的连词或否定词得到的,这些词称为**联结词**. 用一些联结词把一些简单命题联结起来组成的新命题称为**复合命题**.

注 意

自然语言中“与”“和”“且”“既…又…”“不仅…而且…”“一面…一面…”等联结词都可以符号化为$\wedge$；但并不是所有的“与”“和”等都能用联结词$\wedge$替代，如命题“新闻和报纸不分家”中的“和”不能用$\wedge$替代.

下面给出常用的三种逻辑联结词：“且”“或”“非”. 类似于实数的加、减、乘、除等运算，这三种逻辑联结词也可称为命题的三种运算.

1. 且(and)

一般情况下，用逻辑联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来，就得到一个新命题，记作 $p\wedge q$，读作“p 且 q”.

例如，p：今天下雨，q：明天下雨，则 $p\wedge q$：今天下雨且明天下雨(今天明天都下雨).

当且仅当 p 与 q 同时为真时，$p\wedge q$ 为真. 把 $p\wedge q$ 的真与假构成一张表，称为**真值表**. $p\wedge q$ 的真值表如表 1-1 所示(其中真命题取值为 1，假命题取值为 0).

表 1-1 $p\wedge q$ 真值表

p	q	$p\wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

例 2 用逻辑联结词“且”联结或改写以下命题：

(1) p：1 奇数；q：1 是质数.

(2) p：12 能被 2 整除；q：12 能被 3 整除.

(3) p：矩形的对角线相等；q：矩形的对角线互相平分.

解 (1) $p\wedge q$：1 是奇数且 1 是质数.

(2) $p\wedge q$：12 能被 2 整除且 12 能被 3 整除.

(3) $p\wedge q$：矩形的对角线相等且互相平分.

例 3 指出下列命题的真假：

(1) $-2<0$ 且 -2 是负数；

(2) 3 是偶数且 2 是奇数；

(3) 8 能被 2 整除且$\sqrt{2}$是有理数.

解 (1) 因为“$-2<0$”为真，“-2 是负数”为真，所以命题(1)为真.

(2) 因为“3 是偶数”为假，“2 是奇数”为假，所以命题(2)为假.

(3) 因为“8 能被 2 整除”为真，“$\sqrt{2}$是有理数”为假，所以

命题(3)为假.

2. 或

一般地,用逻辑联结词"或"把命题 p 和命题 q 联结起来,就得到一个新命题,记作 $p \vee q$,读作"p 或 q".

例如,p:今天下雨. q:今天刮风. 则 $p \vee q$:今天下雨或刮风.

当且仅当 p 与 q 同时为假时,$p \vee q$ 为假. $p \vee q$ 的真值表如表 1-2 所示.

表 1-2 $p \vee q$ 真值

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

注 意

自然语言中的"或"联结的两个命题可以具有相容性,也可以具有排斥性,前者称为相容或,后者称为相斥或. 例如,"小张或小李考了 90 分"是相容或;"刘芳或李兰是三班班主任"是相斥或. 析取联结词 $\vee$ 指的是"相容或".

例 4 用符号表示下列复合命题:

掷一枚硬币,出现正面向上或反面向上.

解 设 p:掷一枚硬币出现正面向上,q:掷一枚硬币出现反面向上.

于是,命题可用符号"$p \vee q$"表示.

例 5 指出下列命题的真假:

(1) $1<2$ 或 $1=2$;

(2) $1>2$ 或 $2=2$;

(3) $1>2$ 或 $1=2$.

解 (1) 因为"$1<2$"为真,所以命题(1)为真.

(2) 因为"$2=2$"为真,所以命题(2)为真.

(3) 因为"$1>2$"为假,且"$1=2$"为假,所以命题(3)为假.

3. 非

一般的,对个命题 p 加以否定,就得到一个新命题,记作 $\neg p$,读作"非 p"或"p 的否定".

例如,p:今天下雨,则 $\neg p$:今天不下雨. 又如,p:小张、小李和小王都是大学生. 则 $\neg p$:小张、小李和小王不都是大学生.

当 p 为真时,$\neg p$ 为假;当 p 为假时,$\neg p$ 为真. $\neg p$ 的真值表如表 1-3 所示.

注 意

注意"都不是"与"不都是"的区别:"都不是"是全否定;"不都是"是部分否定.

表 1-3　$\neg p$ 真值

p	$\neg p$
1	0
0	1

例 6　已知下列命题 p，写出命题 $\neg p$，并指出 $\neg p$ 的真假：

(1) p：2 是偶数；

(2) p：$1,\sqrt{2},3$ 都是有理数.

解　(1) $\neg p$：2 不是偶数. 因为 p 为真，所以 $\neg p$ 为假.

(2) $\neg p$：$1,\sqrt{2},3$ 不都是有理数. 因为 p 为假，所以 $\neg p$ 为真.

做一做

1. 判断下列命题的真假：

(1) 7 是 28 的约数且 7 是 40 的约数；

(2) 周长相等的两个三角形全等或面积相等的两个三角形全等；

(3) $1\leqslant 2$；

(4) 菱形的对角线互相垂直且平分.

2. 写出下列命题的否定，并判断它们的真假：

(1) $\sqrt{(-2)}=-2$；

(2) 空集是集合 A 的子集；

(3) 3 是 $x^2+x-12=0$ 的根.

知识卡片

命题符号化

一个复合命题一般都可以分解出构成该命题的简单命题，将这些简单命题以及它们之间的逻辑关系用恰当的小写英文字母符号、逻辑联结词符号和括号表示出来，形成符号串，这个过程称为命题符号化.

命题符号化的基本步骤：

(1) 找出各个简单命题，并逐个符号化；

(2) 找出各个联结词，并用相应的符号表示；

(3) 用联结词将各个简单命题联结起来.

例 7　将下列命题符号化：

(1) 李瑞和李珊是姐妹；

(2) 今天既有数学课又有英语课；

(3) 10 可以被 2 或 5 整除；

(4) 李明不是计算机系的学生，他是三好学生或班长.

解　(1) 命题(1)是一个简单命题. 设 p:李瑞和李珊是姐妹，即命题(1)可以用符号 p 表示.

(2) 命题(2)是一个复合命题. 设 p:今天有数学课，q:今天有英语课，则命题(2)可以用符号 $p\wedge q$ 表示.

(3) 命题(3)是一个复合命题. 设 p:10 可以被 2 整除，q:10 可以被 5 整除，则命题(3)可以用符号 $p\vee q$ 表示.

(4) 命题(4)是一个复合命题. 设 p:李明是计算机系的学生，q:李明是三好学生，r:李明是班长，则 $\neg p$:李明不是计算机系的学生，因此命题(4)可以用符号 $\neg p\wedge(q\vee r)$ 表示.

习题 1.1

1. 判断下列语句是不是命题，如果是命题，判断它们的真假：

(1) 请不要吸烟！

(2) 1 是自然数吗？

(3) 现在是晚上.

(4) 2 小于 1.

(5) 方程 $x^2-3x-10=0$ 有实数解.

(6) 2011 年清明节是晴天.

2. 用联结词“且”和“或”联结下列所给的命题 p,q,并判断命题的真假:

(1) p:9 是 2 的倍数,q:9 是 3 的倍数;

(2) p:等边三角形三个角都等于 $60°$,q:等腰三角形两底角相等.

3. 已知下列命题 p,写出 $\neg p$,并判断 $\neg p$ 的真假:

(1) 三角形的内角和等于 $180°$;

(2) 6 大于 5;

(3) 4 是素数;

(4) 方程 $x^3=-1$ 的解是 $x=1$.

4. 命题 p:一组对边平行的四边形是平行四边形,命题 q:一组对边相等的四边形是平行四边形.写出由其构成的“p 或 q”“p 且 q”“非 p”形式的复合命题,并指出其真假.

1.2 条件判断

1.2.1 如果…,那么…

联结词“如果…,那么…”可以联结简单命题 p 和 q 而构成复合命题:“如果 p,那么 q”.例如,设

p:两条直线垂直于同一直线.

q:两条直线平行.

则可以用“如果…,那么…”联结成复合命题:

r:如果两条直线都垂直于同一直线,那么这两条直线平行.

把 p 称为复合命题 r 的条件,把 q 称为复合命题 r 的

结论.

当命题“如果 p，那么 q”经过推理证明判定是真命题时，即如果条件 p 为真，通过推理得出结论 q 也为真，就说 p 可以推出 q，记为 $p \Rightarrow q$，读作“p 推出 q”. 换言之，$p \Rightarrow q$ 表示以 p 为条件，q 为结论的复合命题“如果 p，那么 q”为真命题.

当然，从条件 p 出发，也有可能推不出结论 q，即存在一个由条件判断结论的问题.

例 1 设 p，q 分别表示下列命题，写出复合命题 r：“如果 p，那么 q”，并判断 r 的真假：

(1) p：$x-2=0$，q：$(x-2)(x-3)=0$；

(2) p：$xy>0$，$x+y>0$，q：$x>0$，$y>0$；

(3) p：四边形的一组对边平行且相等，q：四边形是平行四边形；

(4) p：a 是整数，q：a 是自然数.

解 (1) 复合命题 r：如果 $x-2=0$，那么 $(x-2)(x-3)=0$.

如果 p 为真，即 $x-2=0$，则 $x=2$，从而 $(x-2)(x-3)=0\times(-1)=0$，则 q 也为真，因此命题 r 为真.

(2) 复合命题 r：如果 $xy>0$，$x+y>0$，那么 $x>0$，$y>0$.

如果 p 为真，即 $xy>0$，$x+y>0$，由 $xy>0$ 可知 x，y 同号，又由 $x+y>0$，则得 $x>0$，$y>0$，则 q 也为真，因此命题 r 为真.

(3) 复合命题 r：四边形的一组对边平行且相等，那么四边形是平行四边形.

如果 p 为真，即四边形的一组对边平行且相等，则由平行四边形的判定定理可知，四边形是平行四边形，q 也为真，因此命题 r 为真.

(4) 复合命题 r：如果 a 是整数，那么 a 是自然数.

由于 -1 是整数，即 p 为真，但 -1 不是自然数，即 q 为假，因此命题 r 为假.

(1)、(2)、(3)小题都是从 p 为真出发，通过论证得出 q 为真，从而判断复合命题 r“如果 p，那么 q”为真. 这种做法就是数学中经常使用的**证明**.

(4) 小题是找出一个“p 为真，q 为假”的例子来判断复合命题 r“如果 p，那么 q”为假. 这种做法就是数学中经常使用的**举反例**.

> **注 意**
>
> 如果要说明一个命题是假命题，常举一个反例说明，举反例是证明命题是假命题的一种常用方法.

做一做

在下列各组命题中，写出复合命题 r“如果 p，那么 q”，并判断 r 的真假：

（1）p：x 是 10 的倍数，q：x 是 2 的倍数；

（2）p：$\triangle ABC$ 的三个内角相等，q：$\triangle ABC$ 是等边三角形；

（3）p：$x^2=y^2$，q：$x=y$；

（4）p：$x^2-5x+6=0$，q：$x=2$.

1.2.2　充分条件、必要条件、充分必要条件

分析下列推论是否成立：

（1）如果 $x=1$，则 $x^2-3x+2=0$.

（2）如果 $x^2-1=0$，则 $x=1$.

显然，由条件“$x=1$”可以推出结论“$x^2-3x+2=0$”是正确的，故（1）成立；而由条件“$x^2-1=0$”不能推出结论“$x=1$”是正确的，因为有可能是“$x=-1$”，故(2)不成立.

给定条件 p 和结论 q：

（1）如果由条件 p 成立能推出结论 q 成立，则称条件 p 是结论 q 的充分条件，记作 $p\Rightarrow q$.

（2）如果由结论 q 成立能推出条件 p 成立，则称条件 p 是结论 q 的必要条件，记作 $q\Rightarrow p$.

（3）如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，则称条件 p 是结论 q 的充分必要条件，简称充要条件，记作 $p\Leftrightarrow q$.

在例 1 的(1)中，复合命题“如果 $x-2=0$，那么$(x-2)(x-3)=0$”为真，因此，“$x-2=0$”是“$(x-2)(x-3)=0$”的充分条件；“$(x-2)(x-3)=0$”是“$x-2=0$”的必要条件.

在例 1 的(2)中，复合命题“如果 $xy>0$，$x+y>0$，那么 $x>0$，$y>0$”为真，且“如果 $x>0$，$y>0$，那么 $xy>0$，$x+y>0$”也为真，即 $p\Leftrightarrow q$，因此“$xy>0$，$x+y>0$”是“$x>0$，$y>0$”的充要条件.

例 2　指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件，q 是 p

的什么条件.

(1) p:$|x|\leqslant 2$,q:$|x|<3$;

(2) p:$a=-b$,q:$a^2=b^2$;

(3) p:一元二次方程的判别式 $b^2-4ac\geqslant 0$,q:一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根;

(4) p:四边形的两条对角线互相垂直平分,q:四边形是正方形.

解 (1) 显然,如果 $|x|\leqslant 2$,则 $|x|<3$,即 $p\Rightarrow q$;当 $x=2.5$ 时,$|x|<3$,即 q 为真,但 $|x|=2.5>2$,即 p 为假,则 q 不能推出 p.

所以,p 是 q 的充分条件,q 是 p 的必要条件.

(2) 显然,如果 $a=-b$,则 $a^2=b^2$,即 $p\Rightarrow q$;当 $a=2$,$b=2$ 时,$a^2=b^2$ 为真,而 $a\neq -b$,即 p 为假,则 q 不能推出 p.

所以,p 是 q 的充分条件,q 是 p 的必要条件.

(3) 由一元二次方程的求根公式可知,如果一元二次方程的判别式 $b^2-4ac\geqslant 0$,那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根,即 $p\Rightarrow q$;如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数根,那么一元二次方程的判别式 $b^2-4ac\geqslant 0$,即 $q\Rightarrow p$.

所以,p,q 互为充要条件.

(4) 若命题 p:四边形的两条对角线互相垂直平分为真,则这个四边形有可能是菱形,所以 q:四边形是正方形为假,即由 p 不能推出 q;若命题 q:四边形是正方形为真,根据正方形的性质可知,四边形的两条对角线互相垂直平分,即 $q\Rightarrow p$.

所以,q 是 p 的充分条件,p 是 q 的必要条件.

做一做

用“充分条件”“必要条件”或“充要条件”填空:

(1) “$ab>0$”是“$a>0$ 且 $b>0$”的________;

(2) “$x=-2$”是“$|x|=2$”的________;

(3) “$|x|=2$”是“$x=2$”的________;

(4) “$|x|=2$”是“$|x|=2$ 或 $x=-2$”的________.

1.2.3　四种命题

1. 原命题和逆命题

一般地，对于两个命题，如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，那么我们把这样的两个命题称为**互逆命题**. 其中一个命题称为**原命题**，另一个命题称为原命题的**逆命题**.

也就是说，如果原命题为

“若 p，则 q”，

那么它的逆命题为

“若 q，则 p”.

例如，将命题“若 $a=b$，则 $a^2=b^2$”的条件和结论互换，就得到它的逆命题“若 $a^2=b^2$，则 $a=b$”.

2. 否命题

如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题条件的条件和结论的否定，我们把这样的两个命题称为**互否命题**. 如果把其中一个命题称为**原命题**，那么另一个命题称为原命题的**否命题**.

也就是说，如果原命题为

“若 p，则 q”，

那么它的否命题为

“若非 p，则非 q”.

为书写简便，常将否命题记为

“若 $\neg p$，则 $\neg q$”.

例如，如果原命题是“若 $a=b$，则 $a^2=b^2$”，那么它的否命题是“若 $a\neq b$，则 $a^2\neq b^2$”.

> **想一想**
>
> 如果原命题是真命题，那么它的逆命题、否命题和逆否命题是真命题吗？

3. 逆否命题

如果一个命题的条件和结论恰好是另一个命题结论的否定和条件的否定，我们把这样的两个命题称为**互为逆否命题**. 如果把其中一个命题称为**原命题**，那么另一个命题称为原命题的**逆否命题**.

也就是说，如果原命题为

“若 p，则 q”，

那么它的逆否命题为

"若非 q,则非 p".

同理,常将逆否命题记为

"若 $\neg q$,则 $\neg p$".

例如,如果原命题是"若 $a=b$,则 $a^2=b^2$",那么它的逆否命题是"若 $a^2\neq b^2$,则 $a\neq b$".

综上可知,设命题"若 p,则 q"为**原命题**,那么

- 命题"若 q,则 p"是原命题的**逆命题**;
- 命题"若 $\neg p$,则 $\neg q$"是原命题的**否命题**;
- 命题"若 $\neg q$,则 $\neg p$"是原命题的**逆否命题**.

4. 四种命题间的相互关系

原命题、逆命题、否命题和逆否命题之间的相互关系如图 1-1 所示.

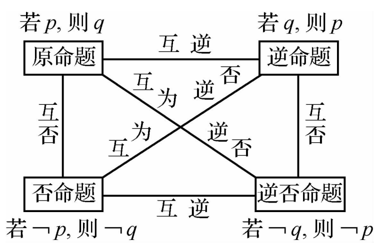


图 1-1

一般地,四种命题的真假性之间具有以下关系:

- 如果两个命题互为逆否命题,那么它们具有相同的真假性(同为真命题或同为假命题);
- 如果两个命题为互逆命题或互否命题,它们的真假性没有关系.

例如,在以下四个命题中,若设命题(1)是原命题,显然命题(2)、(3)、(4)分别是它的逆命题、否命题和逆否命题.

(1) 若 a,b 都是偶数,则 $a+b$ 是偶数;

(2) 若 $a+b$ 是偶数,则 a,b 都是偶数;

(3) 若 a,b 不都是偶数,则 $a+b$ 不是偶数;

(4) 若 $a+b$ 不是偶数,则 a,b 不都是偶数.

此外,我们发现,命题(2)和(3)互为逆否命题,命题(2)和(4)互为否命题,命题(3)和(4)互为逆命题.

不难判断,原命题(1)是真命题,它的逆命题(2)是假命题,它的否命题(3)是假命题,而它的逆否命题(4)是真命题.

总结而言，命题(1)和(4)互为逆否命题，它们同为真命题；命题(2)和(3)互为逆否命题，它们同为假命题；其他两两命题的真假性之间没有关系.

例 3　已知命题：如果 $a=0$，那么 $a\cdot b=0$，写出它的逆命题、否命题以及逆否命题，并说明它们的真假.

解　原命题为真.

逆命题：如果 $a\cdot b=0$，那么 $a=0$，命题为假(请读者自己举反例说明).

否命题：如果 $a\neq 0$，那么 $a\cdot b\neq 0$，命题为假(请读者自己举反例说明).

逆否命题：如果 $a\cdot b\neq 0$，那么 $a\neq 0$，命题为真.

例 4　已知命题：如果 $m\leqslant 0$ 或 $n\leqslant 0$，那么 $m+n\leqslant 0$，写出它的逆命题、否命题以及逆否命题，并说明它们的真假.

解　原命题为假.

逆命题：如果 $m+n\leqslant 0$，那么 $m\leqslant 0$ 或 $n\leqslant 0$，命题为真.

否命题：如果 $m>0$ 且 $n>0$，那么 $m+n>0$，命题为真.

逆否命题：如果 $m+n>0$，那么 $m>0$ 且 $n>0$，命题为假.

做一做

设原命题为：当 $c>0$ 时，如果 $a>b$，则 $ac>bc$，写出它的逆命题、否命题以及逆否命题，并说明它们的真假.

习题 1.2

1. 用“充分条件”“必要条件”“充要条件”填空：

(1) “$x^2-16=0$”是“$x=4$”的________.

(2) “$x=3$”是“$x^2-2x-3=0$”的________.

(3) “$x>4$”是“$5<x<6$”的________.

(4) “同位角相等”是“两直线平行”的________.

(5) “$|a|=|b|$”是“$a=b$”的________.

2. 指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件(在“充分而不必要条件”“必要而不充分条件”或“充要条件”中选择一种)：

(1) p:四边形是正方形,q:四边形对角线相等;

(2) p:$a=b$,q:$a^3=b^3$;

(3) p:四边形对角线相等,q:四边形是矩形;

(4) p:三角形的三条边相等,q:三角形的三个角相等;

(5) p:四边形是平行四边形,q:四边形的一组对边平行且相等.

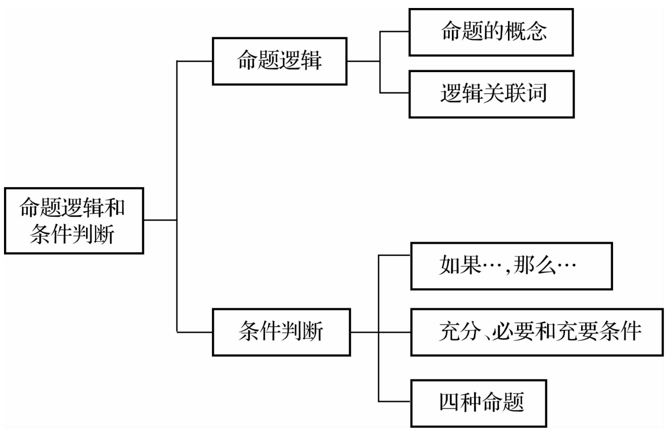
3. 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题,并说明它们的真假:

(1) 如果 $x+1=0$,那么 $x^2-x-2=0$;

(2) 如果 $x^2-3x=0$,那么 $x=3$.

单元小结

一、知识脉络图



二、主要内容

1. 命题逻辑

(1) 能唯一判断真假的陈述句称为命题.命题的概念有两层意思:第一,它是一种表示判断的陈述句;第二,这种陈述句能唯一地判断真假.

(2) 命题的判断结果称为真值,它的取值是真与假.真值为真的命题称为真命题,真值为假的命题称为假命题.

(3) 如果一个命题不能分解成更简单的命题,则这个命题称为简单命题(或原子命题).用一些联结词把一些简单命

题联结起来组成的新命题称为复合命题. 一个陈述句中是否含有联结词通常是区分简单命题和复合命题的标尺.

（4）常用的三种逻辑联结词：且 $\wedge$ 、或 $\vee$ 和非 $\neg$.

2. 条件判断

（1）“如果 p，那么 q”是一个条件判断语句，它可能为真，也可能为假. 如果你判断它为真，需要给出证明；如果你判断它为假，可以举一个反例.

（2）记号“$p\Rightarrow q$”表示从条件 p 为真出发，可以通过推理得到结论 q 也为真，换句话说，“$p\Rightarrow q$”表示“如果 p，那么 q”是真命题，并称 p 是 q 的充分条件，同时称 q 是 p 的必要条件.

（3）设 p，q 是两个命题，如果 $p\Rightarrow q$，并且 $q\Rightarrow p$，用 $p\Leftrightarrow q$ 表示，并称 p 是 q 的充要条件. 此时，也可以说，p 是 q 的充分必要条件，还可以说，p 与 q 等价，有时也说 p 当且仅当 q.

复习题

A 组

1. 选择题：

（1）下列语句中不是命题的是（　　）.

A. 华罗庚是天文学家

B. 上海是沿海城市

C. 连结 A，B 两点

D. 如果李明比王扬大，那么李华也比王扬大

（2）下列命题中真命题的个数为（　　）.

① 能被 6 整除的整数一定能被 3 整数；

② 二次函数的图像是一条抛物线；

③ 若一个四边形的四条边相等，则这个四边形是正方形；

④ 两个内角等于 $45°$ 的三角形是等腰三角形.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

（3）若 p，q 是两个简单命题，且“p 或 q”的否定是真命题，则必有（　　）.

A. p 真 q 真

B. p 假 q 假

C. p 真 q 假

D. p 假 q 真

(4) “$|x|=2$”是“$x=2$”的(　　).

A. 充分但不必要条件

B. 必要但不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

(5) 下列命题中正确的是(　　).

A. “$a>b$”是“$a^2<b^2$”的充分条件

B. “$a<b$”是“$a^2<b^2$”的必要条件

C. “$a<b$”是“$a^2c<b^2c$”的充要条件

D. “$a<b$”是“$a+c<b+c$”的充要条件

(6) “$A\cap B=A$”是“$A\subseteq B$”的(　　).

A. 必要但不充分条件

B. 充要条件

C. 充分但不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

(7) 设命题 p:$0<x<5$,命题 q:$|x-2|<3$,那么 p 是 q 的(　　).

A. 充分但不必要条件

B. 必要但不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

(8) 命题“如果 $a>b$,那么 $a+c>b+c$”的逆否命题为(　　).

A. 如果 $a<b$,那么 $a+c<b+c$

B. 如果 $a\leqslant b$,那么 $a+c\leqslant b+c$

C. 如果 $a+c<b+c$,那么 $a<b$

D. 如果 $a+c\leqslant b+c$,那么 $a\leqslant b$

2. 填空题:

(1) 命题“7 大于等于 6”可看成是由 p:________,q:________组成的复合命题.

(2) “两个整数的和为偶数”是“这两个数都是偶数”的________条件.

(3) “$x>0,y<0$”是“$xy<0$”的________条件.

(4) "$x\in A\cap B$"是"$x\in A$"的________条件.

(5) "一条直角边长是斜边长的一半的直角三角形"是"一个锐角是30°的直角三角形"的________条件.

3. 下列哪些语句是命题？是真命题还是假命题？

(1) 矩形的对角线相等；

(2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗？

(3) 对角线互相垂直的四边形是菱形；

(4) 若方程 $x^2+6=0$ 无实根，则 $x\geqslant 0$.

4. 命题 p：一组对边平行的四边形是平行四边形，命题 q：一组对边相等的四边形是平行四边形. 写出由其构成的"p 或 q"，"p 且 q"，"非 p"形式的复合命题，并指出其真假.

5. 写出下列命题的否定，并判断它们的真假.

(1) 正方形都是菱形；

(2) 9 是 4 的倍数；

(3) $7<5$.

6. 指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件，q 是 p 的什么条件：

(1) p：两个角是对顶角，q：两个角相等；

(2) p：$x+y=0$，q：$x^2+y^2=0$；

(3) p：两个三角形全等，q：两个三角形面积相等.

B　组

1. 将下列命题符号化：

(1) 天气炎热但湿度较低；

(2) 如果 a 和 b 是偶数，则 $a+b$ 是偶数；

(3) $2+2=4$，当且仅当 3 是奇数；

(4) 第一节课是数学课或英语课.

2. 设 a，b 都为实数，试写出 $ab>0$ 的充要条件.

3. 命题"如果 $x=y$，那么 $|x|=|y|$"，写出它的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假.

4. 已知"$x=1$"是"$ax^2+by+c=0$"的充要条件，试求 $a+b+c$ 的值.

知识拓展

聪明的囚徒

古希腊有个国王，想把一批囚徒处死．当时流行的处死方法有两种：一种是砍头，一种是处绞刑．那么，怎样处死这批囚徒呢？国王突然生出了一个奇怪的念头：决定让囚徒自己去挑选一种．挑选的方法是这样的：囚徒可以任意说出一句话来，而且这句话是马上可以验证真假的．如果囚徒说的是真话，那么就处绞刑；如果说的是假话，那么就砍头．结果，许多囚犯或者因为说了一句不能马上验证其真假的话，而被当说假话砍了头；或者是因为讲不出话来而被当作说真话处以绞刑．

在这批囚徒中，有一位是极其聪明的人，当轮到他来选择处死方法时，他对国王说了一句话："你们要砍我的头！"

国王一听感到很为难：如果真砍他的头，那么他说的就是真话，而说真话是要被绞死的；但是如果要绞死他，那么他说的"要砍我的头"便成了假话，而假话又是要被砍头的．他说的既不是真话又不是假话，也就既不能被绞死，也不能被砍头．

结果使这个国王按照哪种方法处死他，都违背了自己的决定，国王只得挥挥手说："那只好放你一条生路了．"这个囚徒凭借自己的聪明才智救了自己．