

# 河南省

## 河南省高职单招复习用书

书名	定位
语文复习指导	遵循考纲, 详解考点
<b>数学复习指导</b>	
英语复习指导	
语文模拟试卷	仿照真题, 模拟考试
数学模拟试卷	
英语模拟试卷	

河南省

高职单招复习用书

数学复习指导

## 高职单招复习用书

# 数学复习指导

华腾新思职教高考研究中心 主编

华腾新思职教高考研究中心 主编

首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS



定价: 68.00元



赠册

同步跟踪训练  
参考答案及解析

责任编辑: 丁小兰  
封面设计: 黄燕美

首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

# 河南省

## 高职单招复习用书

# 数学复习指导

华腾新思职教高考研究中心 主编

赠册

同步跟踪训练  
参考答案及解析



首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目 (CIP) 数据

数学复习指导 / 华腾新思职教高考研究中心主编.  
北京: 首都师范大学出版社, 2026. 3. -- (河南省高职  
单招复习用书). -- ISBN 978-7-5656-9519-3

I. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2026WJ5919 号

SHUXUE FUXI ZHIDAO

数学复习指导

华腾新思职教高考研究中心 主编

---

责任编辑 丁小兰

首都师范大学出版社出版发行

地 址 北京市西三环北路 105 号

邮 编 100048

电 话 68418523(总编室) 68982468(发行部)

网 址 <http://cnpn.cnu.edu.cn>

印 刷 三河市骏杰印刷有限公司

经 销 全国新华书店

版 次 2026 年 3 月第 1 版

印 次 2026 年 3 月第 1 次印刷

开 本 880mm×1230mm 1/16

印 张 13.75

字 数 300 千

定 价 68.00 元

---

版权所有 违者必究

如有质量问题 请与出版社联系退换

河南省普通高等职业院校单独招生考试是以普通高中、职业高中、中专学校等毕业生为对象的选拔性考试。相关院校将根据考生的成绩,按已确定的招生计划,对考生德、智、体全面衡量后,择优录取。河南省普通高等职业院校单独招生考试因其具有较高的信度、效度以及必要的区分度和适当的难度,成为高等职业院校招生的重要依据,受到越来越多的学生、家长和学校的重视。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试的脉络,我们特组织省内具有丰富教研经验的骨干教师及教研员,根据各考试科目的大纲要求,深入研究了近几年河南省普通高等职业院校单独招生考试的命题情况,针对命题中出现的新变化,精心编写了这套河南省普通高等职业院校单独招生考试复习用书(简称“河南省高职单招复习用书”),供广大考生在复习时使用。

本书有以下鲜明特色:

### 1. 名师精研,凝结智慧

本书编者系各院校的骨干教师,他们熟悉考情和考生的备考情况,在长期的教学实践中,总结出了丰富的教学经验,拥有先进的编写理念和系统的编写思路,这使得本书具有较高的参考价值。

### 2. 内容全面,重点突出

本书是河南省普通高等职业院校单独招生考试数学复习用书,旨在系统全面地梳理知识点,同时帮助考生高效掌握核心技能,培养良好的学习习惯和解决问题的能力。本书体现了河南省普通高等职业院校单独招生考试的特色,既充分把握了考试的命题特点,又体现了其发展趋势。

### 3. 结构清晰,栏目丰富

本书共十三章,内容包括集合与充要条件、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、数列、平面向量、复数的概念与运算、直线和圆的方程、圆锥曲线、简单几何体、立体几何、概率与统计初步。其中,每章开头都设置了“考场风向标”和“知识脉络图”板块,详细分析了考试大纲对每一章的要求,明确了学习重点;每一节都设置了“考场直通车”和“智慧加油站”板块,以帮助考生把握考点,掌握答题思路。本书以赠册的形式配有同步跟踪训练、参考答案及解析。同步跟踪训练是对主书的补充与完善,其特点是对主书各章节内容要点进行精准跟踪训练,帮助考生直击考点、查漏补缺。参考答案及解析详尽全面,不仅方便考生自查错误,也能帮助考生校正



解题思路、总结解题方法。

在编写本书的过程中,我们广泛征求一线教师的意见,秉持高效、实用的理念打造精品。我们衷心地希望本书能成为考生学习之路上的一盏明灯,引领考生在知识的海洋中扬帆远航!

编者

<b>第一章</b>	<b>集合与充要条件</b> .....	1
	第一节 集合的概念与集合之间的关系 .....	2
	第二节 集合的运算 .....	8
	第三节 充要条件 .....	12
<b>第二章</b>	<b>不等式</b> .....	17
	第一节 不等式的基本性质 .....	18
	第二节 一元二次不等式 .....	22
	第三节 含绝对值的不等式 .....	25
<b>第三章</b>	<b>函数</b> .....	28
	第一节 函数的概念及表示法 .....	29
	第二节 函数的性质 .....	36
	第三节 常用初等函数及函数的实际应用 .....	43
<b>第四章</b>	<b>指数函数与对数函数</b> .....	49
	第一节 实数指数幂 .....	50
	第二节 指数函数 .....	55
	第三节 对数 .....	60
	第四节 对数函数 .....	63
<b>第五章</b>	<b>三角函数</b> .....	70
	第一节 角的概念推广 .....	71
	第二节 弧度制与任意角的三角函数 .....	73
	第三节 同角三角函数的基本关系及诱导公式 .....	78
	第四节 和角公式、倍角公式 .....	83
	第五节 三角函数的图像和性质 .....	89
	第六节 正弦定理、余弦定理 .....	95
<b>第六章</b>	<b>数列</b> .....	101
	第一节 数列的概念 .....	102
	第二节 等差数列 .....	106



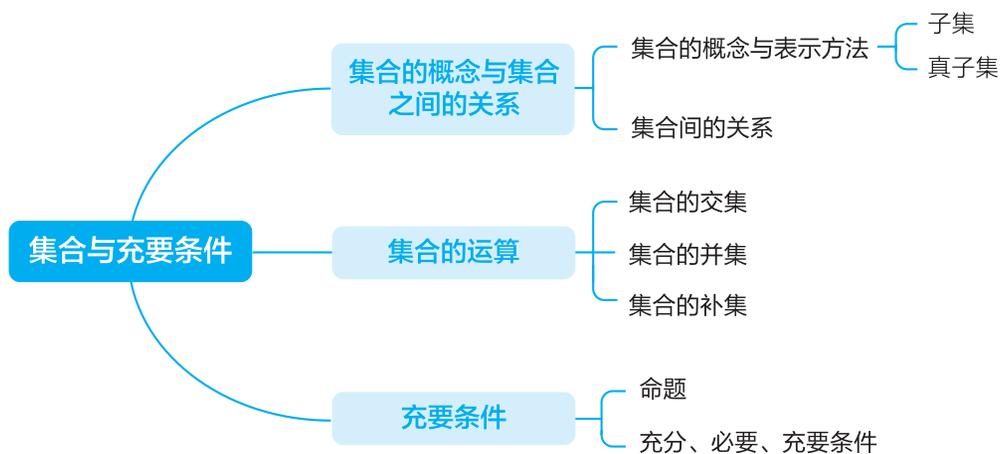
	第三节 等比数列 .....	110
<b>第七章</b>	<b>平面向量</b> .....	114
	第一节 平面向量的概念及线性运算 .....	115
	第二节 平面向量的坐标表示 .....	120
	第三节 平面向量的内积 .....	122
<b>第八章</b>	<b>复数的概念与运算</b> .....	126
<b>第九章</b>	<b>直线和圆的方程</b> .....	132
	第一节 直线的方程 .....	133
	第二节 两条直线的位置关系 .....	138
	第三节 圆 .....	142
<b>第十章</b>	<b>圆锥曲线</b> .....	148
	第一节 椭圆 .....	149
	第二节 双曲线 .....	155
	第三节 抛物线 .....	161
<b>第十一章</b>	<b>简单几何体</b> .....	166
	第一节 棱柱、棱锥 .....	167
	第二节 圆柱、圆锥、球及简单组合体 .....	171
<b>第十二章</b>	<b>立体几何</b> .....	176
	第一节 平面的基本性质 .....	177
	第二节 空间中的平行关系 .....	180
	第三节 空间中的垂直关系和角 .....	186
<b>第十三章</b>	<b>概率与统计初步</b> .....	192
	第一节 排列与组合 .....	193
	第二节 二项式定理 .....	197
	第三节 概率 .....	201
	第四节 统计 .....	208

## 集合与充要条件

## 考场风向标

本章是每年考试的必考内容,也是比较容易得分的知识点.集合在近几年考试中主要从三个方面考查:一是考查集合的概念、集合间的基本关系及常用数集的符号表示;二是考查集合的基本运算,命题常以两个集合的交集、并集和补集运算为主,多与绝对值、不等式等相结合;三是考查命题的概念,充分条件、必要条件和充要条件的判定,多与函数等相结合.

## 知识脉络图



## 第一节 集合的概念与集合之间的关系

### 考场直通车

1. (判断题) 已知集合  $A = \{x | x > -1\}$ , 则  $\{0\} \in A$ . ( )

【答案】×

【解析】 $\{0\}$  是集合, 集合  $A$  也是集合, 两个集合之间不能用符号  $\in$ .

2. (判断题) 已知集合  $A = \{x | x - 2 \geq 0\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ , 则  $B \subseteq A$ . ( )

【答案】√

【解析】因为集合  $A = \{x | x \geq 2\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ , 所以  $B \subseteq A$ .

3. (判断题) 若集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 则  $A$  的子集有 8 个. ( )

【答案】√

【解析】含有  $n$  个元素的集合的子集个数为  $2^n$ , 故集合  $A$  的子集个数为  $2^3 = 8$ .

### 智慧加油站

#### 知识点一 集合的概念与表示方法

##### 1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体, 便形成了一个集合, 常用大写英文字母  $A, B, C$  等表示.

##### 2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素, 常用小写英文字母  $a, b, c$  等表示.

##### 3. 元素与集合的关系及性质

如果  $a$  是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  属于  $A$ , 记作  $a \in A$ ; 如果  $a$  不是集合  $A$  的元素, 就说  $a$  不属于  $A$ , 记作  $a \notin A$ . 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

##### 4. 常用的集合

- (1) 空集. 不含任何元素的集合叫作空集, 记作  $\emptyset$ .
- (2) 正整数集. 所有正整数组成的集合叫作正整数集, 记作  $\mathbb{N}_+$  或  $\mathbb{N}^*$ .
- (3) 自然数集. 所有自然数组成的集合叫作自然数集, 记作  $\mathbb{N}$ .
- (4) 整数集. 所有整数组成的集合叫作整数集, 记作  $\mathbb{Z}$ .



(5)有理数集. 所有有理数组成的集合叫作有理数集, 记作 $\mathbb{Q}$ .

(6)实数集. 所有实数组成的集合叫作实数集, 记作 $\mathbb{R}$ .

### 5. 集合的两种表示方法

(1)列举法. 把集合的元素一一列举出来, 写在大括号内, 这种表示集合的方法叫作列举法.

#### 名师小锦囊

用列举法表示集合时, 要注意以下几点:

- ①元素之间用“,”隔开.
- ②元素不能重复(满足集合中元素的互异性).
- ③元素不能遗漏.
- ④当集合中的元素较少时用列举法比较简单; 若集合中的元素较多或无限, 但存在一定的规律, 在不发生误解的情况下, 也可以用列举法表示.

(2)描述法. 用集合所含元素的共同特性表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x|p(x)\}$ , 其中“ $x$ ”是集合中元素的代表形式, “ $p(x)$ ”是集合中元素的共同特征, 两者之间的竖线不可省略.

#### 名师小锦囊

用描述法表示集合时, 要注意以下几点:

- ①写清楚集合中元素的代表形式(一般用小写字母表示).
- ②写明集合中元素的特征或性质.
- ③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确, 不产生歧义; 多层描述时, 应当准确使用“且”“或”等关联词.
- ④所有描述的内容都要写在大括号内.
- ⑤在不造成混淆的情况下, 用描述法表示集合时有时也可以省去竖线和竖线左边的部分. 例如, 正整数的集合可简记为{正整数}, 但是集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略竖线及其左边的 $x$ .

### 6. 常见的集合表示

(1)方程的解集:  $\{x|x^2-3x+2=0\}$  或  $\{1, 2\}$ , 一般用列举法表示.

(2)方程组的解集:  $\{(3, 1)\}$  或  $\left\{(x, y) \left| \begin{cases} x-2y=1, \\ x+3y=6 \end{cases} \right.\right\} = \left\{(x, y) \left| \begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases} \right.\right\}$ , 一般用后者表示.

(3)点集:  $\{(x, y)|y=2x+1\}$ .



(4)具有某种性质的点集： $\{M \mid |PM| = a\}$  ( $P$  为定点).

### 题型零距离 1 集合的概念

**典例 1:** 下列各组对象中,能构成集合的是( )

- (1)我国著名的数学家;
- (2)超过 20 的所有自然数;
- (3)某校 2025 年招收的矮个子学生;
- (4)方程  $x^2 - 4 = 0$  的实数解;
- (5)在直角坐标平面内,第三象限的所有点.

A. (1)(2)(3)      B. (2)(3)(4)      C. (2)(4)(5)      D. (3)(4)(5)

**解析:** (1)中的“我国著名的数学家”不是一个明确的标准,不能构成一个集合;(3)中的“矮个子学生”这一标准不确定,不能构成集合;(4)中的对象是确定的;(2)(5)中的对象虽然有无限个,但它是确定的,故选 C.

**点拨:** 判断某组对象能否构成集合,关键看这组对象是否确定. 标准一定要是明确的,不能模糊,否则无法判断.

### 学练快车道 1

1. 下列语句中,能构成集合的是( )

- A. 我班数学好的男生
- B. 与 0 接近的全体实数
- C. 大于  $\pi$  的自然数
- D. 优秀的中等职业学校

2. 下列对象构成的集合是无限集的是( )

- A. 高一年级身高超过 175 cm 的学生
- B. 方程  $x^2 = 1$  的解
- C. 所有大于 0 且小于 5 的偶数
- D. 所有大于 3 的实数

### 题型零距离 2 集合与元素的关系及性质

**典例 2:** 已知集合  $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 3, x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A$  中元素的个数为( )

A. 9      B. 8      C. 5      D. 4

**解析:** 由  $x^2 + y^2 \leq 3$ , 可知  $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ ,  $-\sqrt{3} \leq y \leq \sqrt{3}$ . 又因为  $x \in \mathbf{Z}, y \in \mathbf{Z}$ , 所以  $x \in \{-1, 0, 1\}, y \in \{-1, 0, 1\}$ . 所以  $A$  中元素的个数为 9, 故选 A.

**点拨:** 对于求解集合中元素个数的题目,首先明确集合,然后根据集合中元素的互异性求出集合中元素的个数,或利用数形结合的方法求出集合中元素的个数.

### 学练快车道 2

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 4\}$ , 集合  $B = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in A\}$ , 则集合  $B$  中元素的个数为\_\_\_\_\_.



2. 已知集合  $P = \{x | 2 < x < a, x \in \mathbf{N}\}$ , 且集合  $P$  中恰有 3 个元素, 则整数  $a =$  \_\_\_\_\_.

### 题型零距离 3 集合的表示方法

**典例 3:** 用列举法表示下列集合.

(1)  $A = \{x | -2 < x < 5, x \in \mathbf{Z}\}$ ;

(2)  $B = \{(x, y) | 2x + y = 5, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ .

**解析:** (1)  $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ; (2)  $B = \{(0, 5), (1, 3), (2, 1)\}$ .

**点拨:** 掌握集合的两种表示方法: 列举法、描述法.

### 学练快车道 3



1. 用合适的方法表示下列集合.

(1)  $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\}$ ;

(2)  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$ .

2. 已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ , 集合  $B = \{x | x = ab, a \in A, b \in A\}$ .

(1) 用列举法写出集合  $B$ ;

(2) 判断集合  $B$  和集合  $A$  的关系.

## 知识点二 集合间的关系

### 1. 子集

一般地, 对于两个集合  $A, B$ , 如果集合  $A$  中任何一个元素都是集合  $B$  的元素, 那么集合  $A$  就叫作集合  $B$  的子集, 记作  $A \subseteq B$  或  $B \supseteq A$ , 读作“ $A$  包含于  $B$ ”或“ $B$  包含  $A$ ”.

当集合  $A$  不包含于集合  $B$  或集合  $B$  不包含集合  $A$  时, 记作  $A \not\subseteq B$  或  $B \not\supseteq A$ .

**性质:** 任何一个集合是它本身的子集, 即  $A \subseteq A$ ; 空集是任何集合的子集, 即  $\emptyset \subseteq A$ ; 对于集合  $A, B, C$ , 若  $A \subseteq B, B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$ .

### 名师小锦囊

不能把子集说成是由原来集合中的部分元素组成的集合,因为集合  $A$  的子集包括它本身,而这个子集由集合  $A$  的全体元素组成;空集也是集合  $A$  的子集,但这个子集中不包括集合  $A$  中的任何元素.

### 2. 真子集

如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集,并且集合  $B$  中至少有一个元素不属于集合  $A$ ,则集合  $A$  是集合  $B$  的真子集( $A$  包含于  $B$  但不等于  $B$ ),记作  $A \subsetneq B$  或  $B \supsetneq A$ ,读作“ $A$  真包含于  $B$ ”或“ $B$  真包含  $A$ ”.

**性质:** 空集是任何非空集合的真子集;对于集合  $A, B, C$ ,若  $A \subsetneq B, B \subsetneq C$ ,则  $A \subsetneq C$ .

### 名师小锦囊

元素与集合之间是属于关系,集合与集合之间是包含关系.

### 3. 集合相等

一般地,对于两个集合  $A$  与  $B$ ,如果集合  $A$  中的任何一个元素都是集合  $B$  的元素,同时集合  $B$  中的任何一个元素也都是集合  $A$  的元素,我们就说集合  $A$  等于集合  $B$ ,记作  $A = B$  ( $A, B$  的所有元素均相同).

### 名师小锦囊

- (1) 若两个集合相等,则两个集合所包含的元素完全相同,反之亦然.
- (2) 要判断两个集合是否相等,对于元素较少的有限集合,主要看它们的元素是否完全相同;若是无限集合,则从“互为子集”入手进行判断,若  $A \subseteq B$  且  $B \subseteq A$ ,则  $A = B$ .

## 题型零距离 4 元素与集合、集合与集合之间的关系

**典例 4:** 设集合  $A = \{0\}$ , 下列结论正确的是( )

- A.  $A = 0$                       B.  $A = \emptyset$                       C.  $0 \in A$                       D.  $\emptyset \in A$

**解析:** 由元素与集合、集合与集合之间的关系,可知只有选项 C 正确. 答案为 C.

**点拨:** 正确理解符号  $\in, \notin, \subseteq, \subsetneq$  的意义是处理此类问题的关键.

## 学练快车道 4

1. 已知集合  $M = \{-1, 0, m^2\}$ ,  $N = \{-1, 0, 2m-1\}$ , 若  $M=N$ , 则实数  $m = ( \quad )$   
 A.  $-1$                       B.  $1$                       C.  $0$                       D.  $\pm 1$
2. 满足  $\{a, b\} \subsetneq A \subseteq \{a, b, c, d, e\}$  的集合  $A$  的个数是  $( \quad )$   
 A.  $9$                       B.  $8$                       C.  $7$                       D.  $6$

## 题型零距离 5 由集合之间的关系求未知数的值或范围

**典例 5:** 已知集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $p$  的取值范围.

**解析:** 由题意, 得  $A = \{-1, 2\}$ .

因为  $B \subseteq A$ , 所以  $B = \emptyset$  或  $B = \{-1\}$  或  $B = \{2\}$  或  $B = \{-1, 2\}$ .

当  $B = \{-1, 2\}$  时, 由根与系数的关系, 可得  $-1 + 2 = 1$ .

又由  $B = \{x | x^2 - 4x + p = 0\}$ , 可知方程两根之和为  $4$ , 所以  $B = \{-1, 2\}$  不成立.

当  $B = \emptyset$  时,  $\Delta = (-4)^2 - 4p = 16 - 4p < 0$ , 解得  $p > 4$ ;

当  $B = \{-1\}$  时,  $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ (-1)^2 - 4 \times (-1) + p = 0, \end{cases}$  无解;

当  $B = \{2\}$  时,  $\begin{cases} \Delta = 16 - 4p = 0, \\ 2^2 - 4 \times 2 + p = 0, \end{cases}$  解得  $p = 4$ .

综上所述, 实数  $p$  的取值范围是  $\{p | p \geq 4\}$ .

**点拨:** 本题考查了两个集合包含或相等关系的问题.

## 学练快车道 5

1. 已知集合  $A = \{1, 1+m, 1+2m\}$ ,  $B = \{1, n, n^2\}$ , 其中  $m, n \in \mathbf{R}$ , 若  $A=B$ , 求  $m, n$  的值.



2. 已知集合  $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ .

- (1) 若  $A$  中只有一个元素, 求  $a$  的值;
- (2) 若  $A$  中恰有两个元素, 求  $a$  的取值范围;
- (3) 若  $A$  中最多只有一个元素, 求  $a$  的取值范围.

## 第二节 集合的运算



### 考场直通车

1. 已知集合  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $A \cap B = ( \quad )$
- A.  $\{1, 3\}$       B.  $\{1, 3, 5\}$       C.  $\{1, 2, 3, 4\}$       D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

**【答案】** A

**【解析】** 根据交集的定义可得  $A \cap B = \{1, 3\}$ .

2. 已知集合  $A = \{1, a\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A \cap B = \{1, 4\}$ , 则  $a = ( \quad )$
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**【答案】** D

**【解析】** 根据题意可知  $4 \in A$ , 故  $a = 4$ .

3. (判断题) 已知集合  $A = \{x | 0 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 1 < x < 3\}$ , 则  $A \cup B = \{x | 0 < x < 3\}$ . (  )

**【答案】**

**【解析】** 根据并集的定义, 结合画数轴可得  $A \cup B = \{x | 0 < x < 3\}$ .



## 智慧加油站

### 知识点一 集合的交集

#### 1. 交集的定义

一般地,对于两个给定的集合  $A, B$ ,由既属于集合  $A$  又属于集合  $B$  的所有元素组成的集合,称为集合  $A$  与集合  $B$  的交集,记作  $A \cap B$ ,即  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ .

#### 2. 交集的性质

- (1)  $A \cap B = B \cap A$ .
- (2)  $A \cap A = A$ .
- (3)  $A \cap \emptyset = \emptyset$ .
- (4)  $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ .
- (5) 若  $A \subseteq B$ ,则  $A \cap B = A$ .

### 题型零距离 1 集合的交集

**典例 1:** 已知集合  $A = \{2, 3, 4, 7\}, B = \{2, 5, 6, 7, 8, 10\}$ ,则  $A \cap B = ( \quad )$

- A.  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$                       B.  $\{2, 7\}$   
C.  $\{2\}$     D.  $\emptyset$

**解析:** 因为  $2, 7 \in A$ ,且  $2, 7 \in B$ ,所以  $A \cap B = \{2, 7\}$ ,故选 B.

**点拨:** 本题考查正确理解交集的定义.

### 学练快车道 1

1. 若集合  $A = \{0, 2\}, B = \{0, 1, 2\}$ ,则  $A \cap B = ( \quad )$   
A. 0, 2                      B. 0, 1, 2                      C.  $\{0, 2\}$                       D.  $\{0, 1, 2\}$
2. 设集合  $A = \{x | |x| \leq 4\}, B = \{x | x^2 - 10x + 16 < 0\}$ ,则  $A \cap B = ( \quad )$   
A.  $\{x | -4 \leq x \leq 8\}$                       B.  $\{x | 2 < x \leq 4\}$   
C.  $\{x | -4 < x < 8\}$                       D.  $\{x | 2 \leq x < 4\}$

### 知识点二 集合的并集

#### 1. 并集的定义

一般地,对于两个给定的集合  $A, B$ ,由所有属于集合  $A$  或属于集合  $B$  的元素组成的集合,称为集合  $A$  与集合  $B$  的并集,记作  $A \cup B$ ,即  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ .

#### 2. 并集的性质

- (1)  $A \cup B = B \cup A$ .
- (2)  $A \cup A = A$ .

(3)  $A \cup \emptyset = A$ .

(4)  $A \subseteq (A \cup B), B \subseteq (A \cup B)$ .

(5) 若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cup B = B$ .

### 3. 图示两个集合的交集、并集

(1) 用 Venn 图表示两个集合的交集、并集(图 1-1).

(2) 借助数轴表示数集的交集、并集(图 1-2).

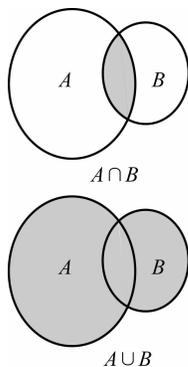


图 1-1

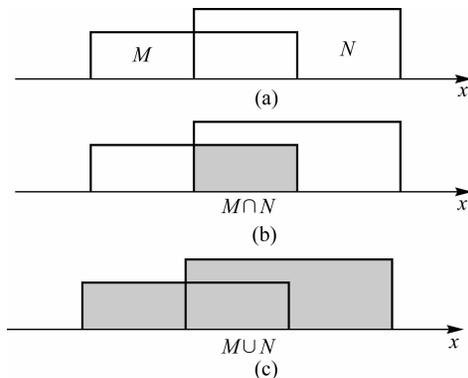


图 1-2

### 题型零距离 2 集合的并集

**典例 2:** 若集合  $A = \{0, 3\}, B = \{0, 1, 3\}$ , 则  $A \cup B = ( \quad )$

A.  $0, 3$

B.  $0, 1, 3$

C.  $\{0, 3\}$

D.  $\{0, 1, 3\}$

**解析:** 由并集的定义易得  $A \cup B = \{0, 1, 3\}$ , 故选 D.

**点拨:** 本题考查正确理解并集的定义.

### 学练快车道 2

1. 若集合  $A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$ , 则  $A \cup B = ( \quad )$

A.  $\{x | -1 < x \leq 5\}$

B.  $\{x | 1 \leq x < 3\}$

C.  $\{x | 0 \leq x < 3\}$

D.  $\{x | 0 \leq x < 5\}$

2. 若集合  $A = \{0, 3, 5\}, B = \{-1, 3, 6\}, C = \{0, 1, 3\}$ , 则  $(A \cap B) \cup C = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 知识点三 集合的补集

#### 1. 全集的定义

如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素, 则称这个集合为全集, 通常用  $U$  表示.

#### 名师小锦囊

全集是一个相对的概念, 在不同的情况下全集的概念不同.



## 2. 补集的定义

对于一个集合  $A$ , 由全集  $U$  中不属于集合  $A$  的所有元素组成的集合称为集合  $A$  相对于全集  $U$  的补集, 简称为集合  $A$  的补集, 记作  $\complement_U A$ , 读作“ $A$  在  $U$  中的补集”, 即  $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$ .

## 3. 补集的性质

- (1)  $\complement_U(\complement_U A) = A$ .
- (2)  $\complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset$ .
- (3)  $A \cup (\complement_U A) = U$ .
- (4)  $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$ .

### 题型零距离 3 集合的补集

**典例 3:** 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 0 \leq x < 2\}$ , 集合  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, (\complement_U A) \cap B$ .

**解析:** 因为  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $\complement_U A = \{x | x < 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 所以  $A \cap B = \{x | 0 \leq x < 2\}$ ,  $A \cup B = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $(\complement_U A) \cap B = \{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$ .

**点拨:** 本题考查对集合运算的理解及性质的运用, 并且要注意端点的取值.

### 学练快车道 3



1. 已知全集  $U = \{x | x \leq 4\}$ , 集合  $A = \{x | x > 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
2. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 4, 5\}$ , 集合  $B = \{4, 6, 7, 8\}$ , 集合  $C = \{3, 5, 6, 7\}$ , 求  $A \cup B, B \cap C, \complement_U A$ .

3. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$ , 集合  $B = \{x | x > 3\}$ , 求  $A \cap B, A \cup B, \complement_U A, \complement_U B$ .

### 题型零距离 4 由交、并、补确定未知量的范围

**典例 4:** 已知集合  $M = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$ ,  $N = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ , 若  $M \cap N = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.





C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

**【答案】** A

**【解析】** 将  $x=1$  代入  $x^2-3x+2=0$  可得  $1-3+2=0$ , 故“ $x=1$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的充分条件; 由  $x^2-3x+2=0$  得  $x=1$  或  $x=2$ , 故“ $x=1$ ”不是“ $x^2-3x+2=0$ ”的必要条件. 故选 A.

3. (判断题)“ $x>1$ ”是“ $x>0$ ”的充分不必要条件. ( )**【答案】**  $\checkmark$ 

**【解析】** 由小范围能推出大范围, 大范围推不出小范围. 故“ $x>1$ ”是“ $x>0$ ”的充分不必要条件.

## 智慧加油站

### 知识点一 命题

在数学中, 我们把用语言、符号或式子表达的, 可以判断真假的陈述句叫作命题. 正确的命题叫作真命题, 记作 T; 错误的命题叫作假命题, 记作 F. T 和 F 称为命题的真值(有的书上用 1 和 0 作为命题的真值).  $p$  与  $q$  为等值的命题记作  $p=q$ .

#### 题型零距离 1 命题的判断

**典例 1:** 下列语句是命题的是( )

A. 他真高!

B. 今天天气怎么样?

C.  $2+1=3$ 

D. 两直线平行

**解析:** 感叹句和疑问句不是命题, A, B 错误; D 无法判断真假, 不是命题, 故选 C.

**点拨:** 命题是能判断真假的语句, 疑问句、祈使句等不是命题.

#### 学练快车道 1



1. 下列语句中, 是命题的是( )

A.  $\pi$  是无限不循环小数B.  $3x \leq 5$ 

C. 什么是“绩效工资”?

D. 今天的天气真好呀!

2. 给出下列命题:

①若  $ac=bc$ , 则  $a=b$ ;②方程  $x^2=0$  无实数根;③对于实数  $x$ , 若  $x-2=0$ , 则  $(x-2)(x+1)=0$ ;④若  $p>0$ , 则  $p^2>p$ ;



⑤正方形不是菱形.

其中真命题是\_\_\_\_\_,假命题是\_\_\_\_\_.

## 知识点二 充要条件

### 1. 充要条件的定义

(1)对于两个命题  $p, q$ , 若有  $p \Rightarrow q$ , 则称  $p$  是  $q$  的充分条件,  $q$  是  $p$  的必要条件.

#### 名师小锦囊

$p$  是  $q$  的充分条件, 是指只要具备了条件  $p$ , 那么  $q$  就一定成立, 即命题中的条件是充分的;  $q$  是  $p$  的必要条件, 是指若不具备条件  $q$ , 则  $p$  就不能成立, 即  $q$  是  $p$  成立的必不可少的条件.

(2)若  $p \Rightarrow q$  且  $q \Rightarrow p$ , 即  $p \Leftrightarrow q$ , 则  $p$  是  $q$  的充分且必要条件, 简称充要条件.

#### 名师小锦囊

- ①当  $p \Leftrightarrow q$  时, 也称  $p$  与  $q$  是等价的.
- ②与充要条件等价的词语有“当且仅当”“等价于”“有且只有”“反过来也成立”等.

### 2. 充要条件的判断方法

(1)从逻辑推理关系上判断(定义法).

- ①若  $p \Rightarrow q$  但  $q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.
- ②若  $p \not\Rightarrow q$  但  $q \Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的必要不充分条件.
- ③若  $p \Rightarrow q$  且  $q \Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的充要条件.
- ④若  $p \not\Rightarrow q$  且  $q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的既不充分也不必要条件.

(2)从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法).

设命题  $p$  对应的集合为  $A$ , 命题  $q$  对应的集合为  $B$ .

- ①若  $A \subseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的充分条件.
- ②若  $A \supseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的必要条件.
- ③若  $A \subseteq B$  且  $A \supseteq B$ , 即  $A = B$ , 则  $p$  是  $q$  的充要条件.
- ④若  $A \not\subseteq B$  且  $A \not\supseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的既不充分也不必要条件.

## 题型零距离 2 充要条件的判断

**典例 2:** 用“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”填空.

- (1)“ $x$  是实数”是“ $x$  是有理数”的\_\_\_\_\_;
- (2)“ $x$  是正方形”是“ $x$  是矩形”的\_\_\_\_\_;





所以  $1-m^2 \leq \frac{7}{16}$ , 解得  $m \geq \frac{3}{4}$  或  $m \leq -\frac{3}{4}$ , 即实数  $m$  的取值范围是  $(-\infty, -\frac{3}{4}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$ .

**点拨:** 本题主要考查集合的关系及充分条件的判断, 运用集合之间的关系建立不等式是解题的关键.

### 学练快车道 3



已知  $p: -2 \leq x \leq 10, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

(赠册)

河南省高职单招复习用书

# 数学复习指导 同步跟踪训练



首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

# 目 录

第一章 集合与充要条件 .....	1	第二节 等差数列 .....	37
第一节 集合的概念与集合之间的 关系 .....	1	第三节 等比数列 .....	39
第二节 集合的运算 .....	3	第七章 平面向量 .....	41
第三节 充要条件 .....	5	第一节 平面向量的概念及线性 运算 .....	41
第二章 不等式 .....	7	第二节 平面向量的坐标表示 .....	43
第一节 不等式的基本性质 .....	7	第三节 平面向量的内积 .....	45
第二节 一元二次不等式 .....	9	第八章 复数的概念与运算 .....	47
第三节 含绝对值的不等式 .....	11	第九章 直线和圆的方程 .....	49
第三章 函数 .....	13	第一、二节 直线的方程、两条直线的 位置关系 .....	49
第一节 函数的概念及表示法 .....	13	第三节 圆 .....	51
第二节 函数的性质 .....	15	第十章 圆锥曲线 .....	53
第三节 常用初等函数及函数的 实际应用 .....	17	第一节 椭圆 .....	53
第四章 指数函数与对数函数 .....	19	第二节 双曲线 .....	55
第一节 实数指数幂 .....	19	第三节 抛物线 .....	57
第二节 指数函数 .....	21	第十一章 简单几何体 .....	59
第三、四节 对数、对数函数 .....	23	第一节 棱柱、棱锥 .....	59
第五章 三角函数 .....	25	第二节 圆柱、圆锥、球及简单 组合体 .....	61
第一、二节 角的概念推广、弧度制 与任意角的三角函数 .....	25	第十二章 立体几何 .....	63
第三节 同角三角函数的基本关系 及诱导公式 .....	27	第一、二节 平面的基本性质、空间 中的平行关系 .....	63
第四节 和角公式、倍角公式 .....	29	第三节 空间中的垂直关系和角 .....	65
第五节 三角函数的图像和性质 .....	31	第十三章 概率与统计初步 .....	68
第六节 正弦定理、余弦定理 .....	33	第一节 排列与组合 .....	68
第六章 数列 .....	35	第二节 二项式定理 .....	70
第一节 数列的概念 .....	35	第三、四节 概率、统计 .....	72

# 第一章 集合与充要条件

## 第一节 集合的概念与集合之间的关系

### 一、选择题

- 下列条件中能构成集合的是 ( )  
A. 世界著名的数学家  
B. 在数轴上离原点非常近的点  
C. 所有的等腰三角形  
D. 全年级成绩优异的同学
- 集合  $\{x-1, x^2-1, 2\}$  中的  $x$  不能取的值是 ( )  
A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
- 用列举法表示“大于 2 且小于 9 的奇数的全体”构成的集合是 ( )  
A.  $\emptyset$                       B.  $\{4, 6, 8\}$   
C.  $\{3, 5, 7\}$                       D.  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- 若集合  $M = \{3, 1, a-1\}$ ,  $N = \{-2, a^2\}$ ,  $N$  为  $M$  的子集, 则  $a$  的值是 ( )  
A. -1                      B. 1                      C. 0                      D. 3
- 给出下面四个关系: ①  $0 \in \mathbf{Q}$ ; ②  $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$ ; ③  $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$ ; ④  $\emptyset \subsetneq \{0\}$ , 其中正确的个数为 ( )  
A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1
- 集合  $\{a, b, c, d\}$  所有子集的个数是 ( )  
A. 8                      B. 14                      C. 15                      D. 16
- 下列说法正确的有 ( )  
(1) 空集没有子集;  
(2) 任何集合至少有两个子集;  
(3) 空集是任何集合的真子集;  
(4) 若  $\emptyset \subsetneq A$ , 则  $A \neq \emptyset$ .  
A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个
- 满足条件  $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的集合  $M$  的个数是 ( )  
A. 3                      B. 6                      C. 7                      D. 9





9. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A = \{3, 5, 7\}$ ,  $B = \{1, 3, 6, 8\}$ , 那么集合  $\{2, 4, 9\}$  是 ( )

- A.  $A \cup B$       B.  $A \cap B$       C.  $\complement_U(A \cap B)$       D.  $\complement_U(A \cup B)$

10. 已知集合  $A = \{a, b, 2\}$ ,  $B = \{2, b^2, 2a\}$ , 且  $A \cap B = A \cup B$ , 则  $a =$  ( )

- A. 0      B.  $\frac{1}{4}$       C. 0 或  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{2}$

## 二、填空题

11. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, a\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知集合  $A = \{1, 2, 4, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_,  
 $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

13. 若集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{-1, 1, 2\}$ ,  $C = \{0, 1, 3\}$ , 则  $A \cap B \cap C =$  \_\_\_\_\_.

14. 设集合  $A = \{x | x > -1\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x^2 \geq 1\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$ ,  $B = \{x | 2 < x < 10\}$ , 求  $\complement_U B$ ,  $\complement_U(A \cup B)$  及  $(\complement_U A) \cap B$ .

### 第三节 充要条件

#### 一、选择题

1. “ $x$  是矩形”是“ $x$  是正方形”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
2. “ $a$  是有理数”是“ $a$  是实数”的 ( )  
A. 必要不充分条件                      B. 充分不必要条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
3. “ $x^2+x-6=0$ ”是“ $x=3$ ”的 ( )  
A. 必要不充分条件                      B. 充分不必要条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
4. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a > 1$  且  $b > 1$ ”是“ $a+b > 2$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
5. “ $x < -1$  或  $x > 2$ ”是“ $(x-2)(x+1) > 0$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
6. 已知  $a$  为实数, 则“ $a < 3$ ”是“ $a < 2$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
7. 若  $a$  与  $b$  均为实数, 则“ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
8. 设  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 则“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件
9. “ $x > \frac{1}{2}$ ”是“ $x^2 > \frac{1}{2}x$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                                D. 既不充分也不必要条件



(赠册)

河南省高职单招复习用书

# 数学复习指导(含同步跟踪训练)

## 参考答案及解析



首都师范大学出版社  
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS



# 目 录

## 数学复习指导

第一章 集合与充要条件	1	第二节 等差数列	11
第一节 集合的概念与集合之间的关系	1	第三节 等比数列	12
第二节 集合的运算	1	第七章 平面向量	13
第三节 充要条件	2	第一节 平面向量的概念及线性运算	13
第二章 不等式	2	第二节 平面向量的坐标表示	13
第一节 不等式的基本性质	2	第三节 平面向量的内积	13
第二节 一元二次不等式	2	第八章 复数的概念与运算	14
第三节 含绝对值的不等式	3	第九章 直线和圆的方程	15
第三章 函数	3	第一节 直线的方程	15
第一节 函数的概念及表示法	3	第二节 两条直线的位置关系	15
第二节 函数的性质	4	第三节 圆	16
第三节 常用初等函数及函数的实际应用	5	第十章 圆锥曲线	18
第四章 指数函数与对数函数	5	第一节 椭圆	18
第一节 实数指数幂	5	第二节 双曲线	19
第二节 指数函数	6	第三节 抛物线	19
第三节 对数	6	第十一章 简单几何体	20
第四节 对数函数	6	第一节 棱柱、棱锥	20
第五章 三角函数	7	第二节 圆柱、圆锥、球及简单组合体	21
第一节 角的概念推广	7	第十二章 立体几何	21
第二节 弧度制与任意角的三角函数	7	第一节 平面的基本性质	21
第三节 同角三角函数的基本关系及诱导公式	8	第二节 空间中的平行关系	22
第四节 和角公式、倍角公式	9	第三节 空间中的垂直关系和角	23
第五节 三角函数的图像和性质	9	第十三章 概率与统计初步	23
第六节 正弦定理、余弦定理	10	第一节 排列与组合	23
第六章 数列	11	第二节 二项式定理	24
第一节 数列的概念	11	第三节 概率	24
		第四节 统计	25

## 同步跟踪训练

第一章 集合与充要条件	27	第二节 等差数列	36
第一节 集合的概念与集合之间的关系	27	第三节 等比数列	37
第二节 集合的运算	27	第七章 平面向量	37
第三节 充要条件	28	第一节 平面向量的概念及线性运算	37
第二章 不等式	28	第二节 平面向量的坐标表示	38
第一节 不等式的基本性质	28	第三节 平面向量的内积	38
第二节 一元二次不等式	28	第八章 复数的概念与运算	38
第三节 含绝对值的不等式	29	第九章 直线和圆的方程	39
第三章 函数	29	第一、二节 直线的方程、两条直线的位置 关系	39
第一节 函数的概念及表示法	29	第三节 圆	40
第二节 函数的性质	30	第十章 圆锥曲线	41
第三节 常用初等函数及函数的实际应用	30	第一节 椭圆	41
第四章 指数函数与对数函数	31	第二节 双曲线	41
第一节 实数指数幂	31	第三节 抛物线	42
第二节 指数函数	31	第十一章 简单几何体	42
第三、四节 对数、对数函数	32	第一节 棱柱、棱锥	42
第五章 三角函数	32	第二节 圆柱、圆锥、球及简单组合体	43
第一、二节 角的概念推广、弧度制与任意角的 三角函数	32	第十二章 立体几何	44
第三节 同角三角函数的基本关系及诱导 公式	32	第一、二节 平面的基本性质、空间中的平行 关系	44
第四节 和角公式、倍角公式	33	第三节 空间中的垂直关系和角	45
第五节 三角函数的图像和性质	34	第十三章 概率与统计初步	46
第六节 正弦定理、余弦定理	34	第一节 排列与组合	46
第六章 数列	36	第二节 二项式定理	47
第一节 数列的概念	36	第三、四节 概率、统计	48

# 数学复习指导

## 第一章 集合与充要条件

### 第一节 集合的概念 与集合之间的关系

#### 【学练快车道 1】

1. C 【解析】由集合中元素的确定性,可知“数学好”“与 0 接近”“优秀”都是不确定的标准,故选 C.

2. D 【解析】无限集的定义是含有无限个元素的集合,选项 A 中高一学生人数是有限的,所以身高超过 175 cm 的学生人数也是有限的.选项 B 中方程的解为  $x = \pm 1$ ,有限.选项 C 中的数为 2,4,有限,故选 D.

#### 【学练快车道 2】

1. 6 【解析】由题意可知  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ ,个数为 6.

2. 6 【解析】根据集合中元素的特征可知集合  $P = \{3, 4, 5\}$ ,所以  $a = 6$ .

#### 【学练快车道 3】

1. 【解】(1)  $\{11, 12, 13, 14, 15, \dots\} = \{x | x = n + 10, n \in \mathbf{N}_+\}$ .

(2)  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\} = \{x | x = n^2, 1 \leq n \leq 6 \text{ 且 } n \in \mathbf{Z}\}$ .

2. 【解】(1)  $B = \{0, 1, 2, 4\}$ .

(2) 因为集合 A 中的元素都在集合 B 中且  $A \neq B$ ,所以  $A \subsetneq B$ .

#### 【学练快车道 4】

1. B 【解析】根据集合的概念可得  $m^2 = 2m - 1$ ,解得  $m = 1$ .

2. C 【解析】确定集合 A 中元素的组成情况即可.由已知得集合 A 必含  $a, b$ ,且至少有一个不同于  $a, b$  的元素,符合条件的集合共有 7 个.

#### 【学练快车道 5】

1. 【解】因为  $A = B$ ,所以  $\begin{cases} 1+m=n, \\ 1+2m=n^2 \end{cases}$   
或  $\begin{cases} 1+m=n^2, \\ 1+2m=n, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m=0, \\ n=1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} m=-\frac{3}{4}, \\ n=-\frac{1}{2}. \end{cases}$

当  $m=0, n=1$  时,集合中的元素不满足互异性,舍去.故  $m = -\frac{3}{4}, n = -\frac{1}{2}$ .

2. 【解】(1) 若集合 A 中只有一个元素,分两种情况讨论:

当  $a=0$  时,集合  $A = \{x | 2x+1=0\} = \{-\frac{1}{2}\}$ .

当  $a \neq 0$  时,  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  有两个相等的实数根,故  $\Delta = 4 - 4a = 0$ ,解得  $a = 1$ .

所以当  $a=0$  或  $a=1$  时,集合 A 中只有一个元素.

(2) 若集合 A 中恰有两个元素,则  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  有两个不相等的实数根,故  $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a > 0, \end{cases}$  解得  $a < 1$  且  $a \neq 0$ .

所以当  $a < 1$  且  $a \neq 0$  时,集合 A 中恰有两个元素.

(3) 集合 A 中最多只有一个元素包含两种情况:集合 A 中只有一个元素或集合 A 为  $\emptyset$ .

由(1)可知当  $a=0$  或  $a=1$  时,集合 A 中只有一个元素.

若集合 A 为  $\emptyset$ ,则  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  无实数根,即  $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta = 4 - 4a < 0, \end{cases}$  解得  $a > 1$ .

所以当  $a \geq 1$  或  $a=0$  时,集合 A 中最多只有一个元素.

### 第二节 集合的运算

#### 【学练快车道 1】

1. C

2. B 【解析】集合  $A = \{x | -4 \leq x \leq 4\}$ ,  $B = \{x | 2 < x < 8\}$ ,所以  $A \cap B = \{x | 2 < x \leq 4\}$ .

#### 【学练快车道 2】

1. A 2.  $\{0, 1, 3\}$

#### 【学练快车道 3】

1.  $\{x | x \leq 2\}$

2. 【解】因为集合  $A = \{1, 2, 4, 5\}$ ,集合  $B = \{4, 6, 7, 8\}$ ,所以  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . 因为集合  $B = \{4, 6, 7, 8\}$ ,集合  $C = \{3, 5, 6, 7\}$ ,所以  $B \cap C = \{6, 7\}$ .

因为全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 4, 5\}$ , 所以  $\complement_U A = \{3, 6, 7, 8\}$ .

3. 【解】因为全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 2 \leq x \leq 4\}$ , 集合  $B = \{x | x > 3\}$ , 所以  $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$ ,  $A \cup B = \{x | x \geq 2\}$ ,  $\complement_U A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$ ,  $\complement_U B = \{x | x \leq 3\}$ .

### 【学练快车道 4】

1. B 【解析】根据题意, 分为三种情况. 第一种情况:  $t^2 - t + 1 = 1$ , 解得  $t = 0$  或  $t = 1$  (舍去); 第二种情况:  $t^2 - t + 1 = 3$ , 解得  $t = 2$  或  $t = -1$ ; 第三种情况:  $t^2 - t + 1 = t$ , 解得  $t = 1$  (舍去). 综上所述,  $t$  的取值集合是  $\{-1, 0, 2\}$ . 故选 B.

2. 【解】(1) 因为  $A \cap B \neq \emptyset$ , 所以  $a < -2$  或  $a + 2 > 6$ , 解得  $a < -2$  或  $a > 4$ . 所以实数  $a$  的取值范围是  $\{a | a < -2 \text{ 或 } a > 4\}$ .

(2) 因为  $A \cap B = A$ , 所以  $A \subseteq B$ , 所以  $a > 6$  或  $a + 2 < -2$ , 解得  $a > 6$  或  $a < -4$ . 所以实数  $a$  的取值范围是  $\{a | a > 6 \text{ 或 } a < -4\}$ .

## 第三节 充要条件

### 【学练快车道 1】

1. A 【解析】由命题的定义可知, 选项 A 正确.

2. ③ ①②④⑤ 【解析】当  $c = 0$  时, ①错误; 当  $x = 0$  时, 方程  $x^2 = 0$ , ②错误;  $p = 0.5 > 0$ , 但  $p^2 > p$  不成立, ④错误; 正方形的四条边相等, 是菱形, ⑤错误. 因此①②④⑤都是假命题. 对于③, 若  $x - 2 = 0$ , 则  $x = 2$ , 所以  $(x - 2)(x + 1) = 0$ , 故正确.

### 【学练快车道 2】

1. C 【解析】 $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$ , 故选 C.

2. A 【解析】 $x < -2 \Rightarrow x^2 - 4 > 0$ , 而  $x^2 - 4 > 0 \not\Rightarrow x < -2$ , 故选 A.

3. A 【解析】根据题意, 甲  $\Rightarrow$  乙, 乙  $\Leftrightarrow$  丙, 丙  $\Rightarrow$  丁, 所以甲  $\Rightarrow$  丁, 故选 A.

### 【学练快车道 3】

【解】 $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0) \Leftrightarrow [x - (1 - m)][x - (1 + m)] \leq 0$ . 因为  $m > 0$ , 所以  $[x - (1 - m)][x - (1 + m)] \leq 0$  的解集为  $1 - m \leq x \leq 1 + m$ . 因为  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 所以不等式  $-2 \leq x \leq 10$  的解集是  $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$  解集的真子集, 所以

$\begin{cases} 1 - m \leq -2, \\ 1 + m \geq 10 \end{cases}$  且两个等号不同时取到, 可解得  $m \geq 9$ ,

所以实数  $m$  的取值范围为  $[9, +\infty)$ .

## 第二章 不等式

### 第一节 不等式的基本性质

#### 【学练快车道 1】

1. B 【解析】由  $a < b < 0$  可知  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$ , 所以 A 选项成立; 因为  $-a > -b > 0$ , 所以  $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$ ,  $|a| = -a > -b$ , 所以选项 C, D 成立, 故选 B.

2. B

3. 【解】设  $z = 2x - 3y = a(x+y) + b(x-y)$ ,

$$\text{则 } \begin{cases} a+b=2, \\ a-b=-3, \end{cases} \text{ 所以 } \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=\frac{5}{2}. \end{cases}$$

又因为  $-2 < -\frac{1}{2}(x+y) < \frac{1}{2}$ ,  $5 < \frac{5}{2}(x-y) < \frac{15}{2}$ , 所以  $3 < -\frac{1}{2}(x+y) + \frac{5}{2}(x-y) < 8$ ,

即  $3 < 2x - 3y < 8$ .

所以  $z = 2x - 3y$  的取值范围是  $(3, 8)$ .

#### 【学练快车道 2】

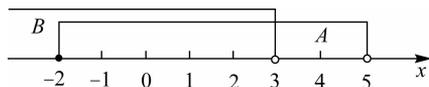
【解】(1) 因为  $(a+1)(a+3) - (a-1)(a+5) = a^2 + 4a + 3 - (a^2 + 4a - 5) = 8 > 0$ , 所以  $(a+1)(a+3) > (a-1)(a+5)$ .

(2) 因为  $a^2 + 10 - 6a = (a-3)^2 + 1 > 0$ , 所以  $a^2 + 10 > 6a$ .

#### 【学练快车道 3】

1. B 【解析】两个集合取交集是取两个集合的公共部分.

2. 【解】集合  $A, B$  在数轴上可表示如下:



(1)  $\complement_U A = (-\infty, -2) \cup [5, +\infty)$ ,  $\complement_U B = [3, +\infty)$ .

(2)  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ .

(3)  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = [5, +\infty)$ .

### 第二节 一元二次不等式

#### 【学练快车道 1】

1. A 【解析】解  $(x-1)(x-2) < 0$ , 得  $1 < x < 2$ . 故选 A.

# 同步跟踪训练

## 第一章 集合与充要条件

### 第一节 集合的概念 与集合之间的关系

#### 一、选择题

1. C 【解析】选项 A“著名”、选项 B“非常近”、选项 D“优异”概念不清晰,不能构成集合,故选 C.

2. B 3. C 4. A 5. B 6. D 7. A

8. C 【解析】根据题意可知集合  $M$  为包含元素 1, 2 的  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  的多于 2 个元素的子集, 故其个数为  $2^3 - 1 = 7$ , 故选 C.

9. B 10. C

#### 二、填空题

11.  $\{x|x^2+x-6=0\}$

12. (1)  $\in$ ; (2)  $\notin$ ; (3)  $\notin$ ; (4)  $\in$ ; (5)  $\in$ ; (6)  $\notin$

13.  $\{-7, 2\}$  【解析】由题意得  $x = -7$  或  $x = 2$ , 所以该集合用列举法可写为  $\{-7, 2\}$ .

14. 15 【解析】元素个数为  $n$  的集合的非空子集个数为  $2^n - 1$ , 代入计算得 15.

15.  $B \subseteq A$

#### 三、解答题

16. 【解】 $A = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$ .

因为  $B \subseteq A$ , 所以  $B$  为  $\emptyset$  或  $\{1\}$  或  $\{2\}$ .

当  $B$  为  $\emptyset$  时,  $a = 0$ ;

当  $B$  为  $\{1\}$  时,  $-\frac{2}{a} = 1$ , 解得  $a = -2$ ;

当  $B$  为  $\{2\}$  时,  $-\frac{2}{a} = 2$ , 解得  $a = -1$ .

综上所述, 实数  $a$  的值组成的集合为  $\{-2, -1, 0\}$ .

### 第二节 集合的运算

#### 一、选择题

1. D 【解析】 $A \cap B = \{2\}$ ,  $A \cup B = \{1, 2, 4, 5\}$ , 排除选项 A、选项 B. 集合与集合之间的关系为包含与被包含, 所以选项 C 错误, 故选 D.

2. C 【解析】 $A = \{x \in \mathbf{Z} | |x| < 3\} = \{-2, -1, 0,$

$1, 2\}$ , 故  $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{-2, 0, 1\} = \{-2, 0, 1\}$ , 故选 C.

3. D 4. D 5. B 6. C

7. D 【解析】当  $m = 0$  时,  $B = \emptyset$ , 满足  $A \cup B = A$ ; 当  $m \neq 0$  时,  $B = \{\frac{1}{m}\}$ , 而  $A \cup B = A$ , 所以  $\frac{1}{m} = 1$  或  $\frac{1}{m} = -1$ , 解得  $m = 1$  或  $m = -1$ . 故  $m = 1, -1$  或  $0$ , 故选 D.

8. C 【解析】由题中 Venn 图可知  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 5, 6\}$ , 所以  $(\complement_U B) \cap A = \{1, 2\}$ , 故选 C.

9. D 【解析】因为  $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$ , 所以  $\complement_U(A \cup B) = \{2, 4, 9\}$ , 故选 D.

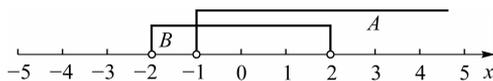
10. C 【解析】由  $A \cap B = A \cup B$  知  $A = B$ , 则  $\begin{cases} a=2a, \\ b=b^2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a=b^2, \\ b=2a, \end{cases}$  根据元素的互异性得  $\begin{cases} a=0, \\ b=1 \end{cases}$  或

$\begin{cases} a=\frac{1}{4}, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$  故  $a=0$  或  $a=\frac{1}{4}$ , 故选 C.

#### 二、填空题

11. 4 12.  $\{1, 2, 4, 6, 8\}; \{2, 4, 6\}$  13.  $\{1\}$

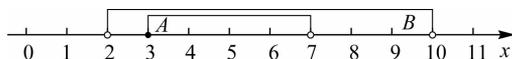
14.  $\{x|x > -2\}$  【解析】根据题意, 作出数轴表示  $A, B$ . 由图可得  $A \cup B = \{x|x > -2\}$ .



15.  $\{x \in \mathbf{R} | -1 < x < 1\}$

#### 三、解答题

16. 【解】把集合  $A, B$  在数轴上表示如下.



由图可知  $\complement_U B = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$ ,  $A \cup B = \{x|2 < x < 10\}$ ,  $\complement_U A = \{x|x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$ ,

所以  $\complement_U(A \cup B) = \{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}$ ,  $(\complement_U A) \cap B = \{x|2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}$ .

### 第三节 充要条件

#### 一、选择题

1. B 2. B 3. D

4. A 【解析】因为若“ $a > 1$  且  $b > 1$ ”，则“ $a + b > 2$ ”成立；但当“ $a + b > 2$ ”时，“ $a > 1$  且  $b > 1$ ”未必成立。比如当“ $a = 4, b = -1$ ”时，“ $a + b > 2$ ”成立，但“ $a > 1$  且  $b > 1$ ”不成立。所以“ $a > 1$  且  $b > 1$ ”是“ $a + b > 2$ ”的充分不必要条件。故选 A。

5. C 6. B 7. B

8. B 【解析】由  $ac^2 > bc^2$  得  $a > b$ 。当  $c = 0$  时， $a > b$  不能推出  $ac^2 > bc^2$ ，所以“ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的必要不充分条件，故选 B。

9. A 10. B

#### 二、填空题

11. 充分不必要 12. 必要不充分

13. 必要不充分

14. 充要 【解析】因为  $mn \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$  且  $n \neq 0$ ，所以“ $m \neq 0$  且  $n \neq 0$ ”是“ $mn \neq 0$ ”的充要条件。

15. 充要 【解析】因为等边三角形的三个内角都是  $60^\circ$ ，且三个内角都是  $60^\circ$  的三角形是等边三角形，所以“ $\triangle ABC$  的每个内角都是  $60^\circ$ ”是“ $\triangle ABC$  为等边三角形”的充要条件。

#### 三、解答题

16. 【解】令  $f(x) = x^2 + (2k-1)x + k^2$ ，若方程  $f(x) = 0$  有两个大于 1 的实根，则  $f(x)$  的图像与  $x$  轴的两个交点的横坐标都位于  $(1, +\infty)$  之内，可列不等

$$\text{式组} \begin{cases} \Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 > 0, \\ -\frac{2k-1}{2} > 1, \\ f(1) = 1^2 + 2k - 1 + k^2 > 0, \end{cases} \quad \text{解得 } k < -2. \text{ 故方程}$$

有两个大于 1 的实根的充要条件为  $k < -2$ 。

## 第二章 不等式

### 第一节 不等式的基本性质

#### 一、选择题

1. D 2. C 3. A

4. D 【解析】因为  $a + b > 0, b < 0$ ，所以  $a > 0, -a < 0, -b > 0$ ，且  $a > -b, b > -a$ ，于是  $a > -b > b > -a$ 。故选 D。

5. A 【解析】若  $a > b + 1$ ，则  $a > b + 1 > b$ ，故选 A。

6. B 【解析】若  $a > b > 0, c > d > 0$ ，则  $\frac{a}{d} > \frac{b}{d}$ ，

$\frac{b}{c} < \frac{b}{d}$ ，所以  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ ，故选 B。

7. C 【解析】虽然  $a > b$ ，但是正负不确定，所以①②错误，故选 C。

8. C 【解析】因为  $a > b, c^2 + 1 \geq 1$ ，所以  $\frac{a}{c^2 + 1} > \frac{b}{c^2 + 1}$ ，故选 C。

9. C 【解析】 $a, b$  可能为正数、零、负数，因此选项 A, B, D 无法确定，而  $a$  一定小于  $a + 1$ ，故选 C。

10. D

#### 二、填空题

11.  $[1, +\infty)$  12.  $>$  13.  $(-\infty, 5]$

14.  $(8, 32); (-7, 17)$  【解析】由  $5 < x < 20, 3 < y < 12$  可得  $8 < x + y < 32$ 。由  $-12 < -y < -3$  可得  $-7 < x - y < 17$ 。

15.  $>$  【解析】因为  $m^4 + n^4 - (m^3n + mn^3) = (m - n)(m^3 - n^3) = (m - n)^2 \cdot (m^2 + mn + n^2) > 0$ ，所以  $m^4 + n^4 > m^3n + mn^3$ 。

#### 三、解答题

16. 【解】(1) 因为  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ，而  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2 = 2\sqrt{6} - 5 < 0$ ，

所以  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} < \sqrt{10}$ 。

(2) 因为  $(a+3)(a-5) - (a+2)(a-4) = a^2 - 2a - 15 - (a^2 - 2a - 8) = -7 < 0$ ，

所以  $(a+3)(a-5) < (a+2)(a-4)$ 。

(3) 因为  $(x^2 + 2)^2 - (x^4 + x^2 + 3) = (x^4 + 4x^2 + 4) - (x^4 + x^2 + 3) = 3x^2 + 1 > 0$ ，

所以  $(x^2 + 2)^2 > x^4 + x^2 + 3$ 。

(4) 因为  $x^2 + y^2 - (4x + 6y - 15) = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + 2 > 0$ ，

所以  $x^2 + y^2 > 4x + 6y - 15$ 。

### 第二节 一元二次不等式

#### 一、选择题

1. B 2. A 3. A 4. A 5. B 6. C 7. C

8. A 【解析】 $ax^2 + bx + 1 = 0$  的两根为  $-\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{3}$ ，由根与系数的关系可得  $\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ， $-\frac{b}{a} =$