

巍巍交大 百年书香
www.jiaodapress.com.cn
bookinfo@sjtu.edu.cn



策划编辑 张霞丽
责任编辑 胡思佳
封面设计 黄燕美

攻克 **易错题**
精准提分数!



职教高考数学易错题精析

主编 王金宝 潘丹珊 蒋玉娟

华腾新思

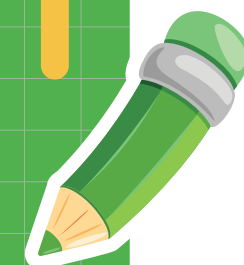
适用于中职对口升学考试、春季高考、“三校生”高考、高职单招考试

职教高考 **数 学**

易错题

精析

主编 王金宝 潘丹珊
蒋玉娟



3步攻克易错题
强基础 学母题 练相似题

赠册 参考答案及解析



扫描二维码
关注上海交通大学出版社
官方微信

ISBN 978-7-313-34334-5



9 787313 343345

定价: 49.80元



上海交通大学出版社



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

前 言

职教高考也叫职业教育高考,主要面向中等职业学校毕业生或具备相应职业技能的人群,是他们提升学历、继续深造的重要通道。

近年来,作为我国职业教育改革的重要组成部分,职教高考越来越受到中职师生、考生家长的重视。随着职教高考改革越来越深入,其制度越来越完善,难度也越来越大。

为了帮助广大考生在较短的时间内高效、便捷、准确地把握考试重点,我们精心编写了这套“职教高考易错题精析”,供广大考生在复习时使用。

本书是该套图书中的《职教高考数学易错题精析》,具有以下两大鲜明特色。

1. 立足易错题,温故知新,查漏补缺

易错题,即考生在日常练习及考试中容易答错的题。这些题目考查的多数是考生在学习过程中易忽略、易混淆、感到难度较大的知识点,是衡量考生学习能力的重要指标。

本书精选职教高考数学科目最具代表性的易错题,分类进行精析,帮助考生及时回顾所学知识,温故知新,查漏补缺。

2. 循序渐进,符合学习规律

本书按照“强基础—学母题—练相似题”的逻辑组织内容,符合考生的学习规律,能有效提高学习效果。

强基础:梳理考点精华,帮助考生在做题前理解相关基础知识。

学母题:展示精选的典型易错题,并对其进行深度解析,以训练考生的解题思路。

练相似题:针对每一道母题给出足量相似题,考生通过相似题练习,可以较好掌握母题及同类易错题的解题方法.

准确把握易错题,有效弥补学习短板! 希望本书能成为广大考生的提分“神器”. 考生朋友们,加油!

编者

目 录

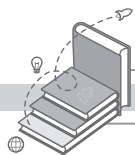
专题一	集合	1
	考点一 集合的概念与集合之间的关系	1
	考点二 集合的运算	5
	考点三 简易逻辑	10
专题二	不等式	12
	考点一 不等式的基本性质与区间	12
	考点二 一元二次不等式与分式不等式	16
	考点三 一元一次不等式(组)与含绝对值的不等式	20
专题三	函数	23
	考点一 函数的概念及其表示	23
	考点二 函数的性质	29
	考点三 一元二次函数及函数的实际应用	37
专题四	指数函数与对数函数	43
	考点一 指数函数	43
	考点二 对数及其运算	48
	考点三 对数函数	50
专题五	数列	55
	考点一 数列的概念	55
	考点二 等差数列	57
	考点三 等比数列	61
专题六	三角函数	67
	考点一 角的概念推广与弧度制	67

考点二	任意角的三角函数	72
考点三	同角三角函数的基本关系式与诱导公式	75
考点四	和角公式与倍角公式	79
考点五	三角函数的图像与性质	84
考点六	正弦定理和余弦定理	93
专题七	平面向量	97
考点一	平面向量的概念及线性运算	97
考点二	平面向量的坐标表示	101
考点三	平面向量的内积	104
专题八	解析几何	108
考点一	直线的方程	108
考点二	两条直线的位置关系	112
考点三	圆的方程	115
考点四	椭圆	122
考点五	双曲线	129
考点六	抛物线	134
专题九	立体几何	141
考点一	三视图、棱柱及棱锥	141
考点二	圆柱、圆锥、球及简单组合体	147
考点三	平面的基本性质	152
考点四	空间中的平行关系	156
考点五	空间中的垂直关系	161
专题十	概率与统计	168
考点一	排列与组合	168
考点二	二项式定理	171
考点三	概率	173
考点四	统计	179
考点五	离散型随机变量及其分布	187
专题十一	复数	195



专题一

集合



考点一 集合的概念与集合之间的关系



强基础

1. 集合

把具有某种属性的一些确定的对象看成一个整体,便形成了一个集合,常用大写英文字母 A, B, C 等表示.

2. 元素

集合中的每一个确定的对象叫作这个集合的元素,常用小写英文字母 a, b, c 等表示.

3. 元素与集合的关系及性质

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$. 集合中的元素具有确定性、互异性、无序性的特征.

4. 空集

不含任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .

5. 集合的两种表示法

(1)列举法. 把集合的元素一一列举出来,写在大括号内,这种表示集合的方法叫作列举法.

(2)描述法. 用集合所含元素的特征性质来表示集合的方法叫作描述法.

描述法表示集合的一般形式是 $\{x | p(x)\}$,其中“ x ”是集合中元素的代表形式,“ $p(x)$ ”是集合中元素的特征性质,两者之间的竖线不可省略.

6. 子集

一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中任何一个元素都是集合 B 的元素,那么集合 A 就叫作集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”。

当集合 A 不包含于集合 B 或集合 B 不包含集合 A 时,记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$ 。

性质:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$;空集是任何集合的子集,即 $\emptyset \subseteq A$;对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$ 。

7. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集,并且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A ,则集合 A 是集合 B 的真子集(A 包含于 B 但不等于 B),记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”。

性质:空集是任何非空集合的真子集;对于集合 A, B, C ,若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$ 。

8. 集合相等

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 中的任何一个元素也都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B ,记作 $A = B$ (A, B 的所有元素均相同)。

易错点一 混淆“属于(\in)”与“包含于(\subseteq)”的关系



字母题

【典例】若集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$,则下列结论错误的是 ()

- A. $1 \in A$ B. $\{-1\} \subseteq A$ C. $\emptyset \subseteq A$ D. $\{-1, 1\} \in A$

【解析】集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\} = \{-1, 1\}$ 。

对于 A, 1 是集合 A 中的元素,所以 $1 \in A$,
A 正确;

对于 B, 因为 $-1 \in A$, 所以 $\{-1\} \subseteq A$, B 正确;

对于 C, 空集是任何集合的子集, C 正确;

对于 D, $\{-1, 1\}$ 是集合, 集合与集合之间是包含关系, 所以 $\{-1, 1\} \subseteq A$, D 错误。

故选 D。

【易错提示】“属于(\in)”与“包含于(\subseteq)”是集合中最根本、最需要厘清的概念。

\in (属于): 表示元素与集合之间的关系. 左边是一个个体, 右边是一个集体. 例如: $a \in \{a, b, c\}$ (元素 a 属于集合 A).

\subseteq (包含于): 表示集合与集合之间的关系. 两边都是集体, 指一个集体中的所有元素都在另一个集体里. 例如: $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$ (集合 $\{a, b\}$ 包含于集合 $\{a, b, c\}$).

核心点拨

分清 \in 和 \subseteq : 左边是元素还是集合?

看到符号,先看它的左边和右边分别是什么,是单个对象还是集合.这能帮你快速判断该用哪个符号.



练相似题

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - x = 0\}$, 则 -1 与集合 A 的关系为 ()
 A. $-1 \in A$ B. $-1 \notin A$ C. $-1 \subseteq A$ D. $-1 \not\subseteq A$
- 已知集合 $A = \{x | x = 2n + 2, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$, 则 ()
 A. $A \neq B$ B. $A \in B$ C. $A \subseteq B$ D. $A \not\subseteq B$
- 下列说法正确的是 ()
 A. $\emptyset \in \{0\}$ B. $0 \subseteq \{0\}$
 C. $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$ D. $\{(1, 2)\} \subseteq \{1, 2\}$
- 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{Q} | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $a \in M$, 则 ()
 A. $\sqrt{2} \in M$ B. $\{-1, 0\} \subseteq M$
 C. $a^2 > 1$ D. $a^2 < 9$
- 已知集合 $A = \{x | x^3 - 8 < 0\}$, 则 ()
 A. $1 \in A$ B. $2 \in A$ C. $0 \notin A$ D. $\{0, 1, 2\} \subseteq A$

易错点二 忽略集合元素的“互异性”



字母题

- 【典例】** 已知集合 $A = \{a - 2, a^2 + 4a, 10\}$, 若 $-3 \in A$, 则实数 a 的值为 ()
 A. -1 B. -3 C. -3 或 -1 D. 无解

【解析】 由 $-3 \in A$, 可得,

当 $a - 2 = -3$ 时, 解得 $a = -1$, 此时 $A = \{-3, -3, 10\}$, 不满足集合元素的互异性, 故 $a \neq -1$.

当 $a^2 + 4a = -3$ 时, 解得 $a = -1$ (舍去) 或 $a = -3$, 此时 $A = \{-5, -3, 10\}$, 满足题意.

故实数 a 的值为 -3 . 故选 B.

核心点拨

牢记互异性: 求出参数一定要代回检验!

【易错提示】 集合元素的三大特性(确定性、互异性、无序性)中,“互异性”是最容易被出题人拿来设置陷阱的. 在已知元素与集合关系求参数值或取值范围的问题中, 一定要注意集合中元素的互异性. 凡是遇到含参数的集合问题, 求出参数值后, 必须代回原集合检验是否满足元素的互异性. 这是一个非常重要的解题步骤, 能帮你排除错误答案. 切记: 看到集合, 就要条件反射般地想到“里面的元素有没有重复的”.


练相似题

- 若 $2 \in \{1, a^2+1, a+1\}$, 则 $a =$ ()
 A. 2 B. 1 或 -1 C. 1 D. -1
- 已知集合 $A = \{a-2, 2a^2+5a, 12\}$, 且 $-3 \in A$, 则由 a 的值构成的集合是 ()
 A. \emptyset B. $\{-1, -\frac{3}{2}\}$ C. $\{-1\}$ D. $\{-\frac{3}{2}\}$
- 已知集合 $A = \{0, m, m^2-3m+2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 的值为 ()
 A. 3 B. 2 C. 0 或 3 D. 0 或 2 或 3
- 已知集合 $A = \{a+1, a^2+4a-9, 2021\}$, 若 $-4 \in A$, 则实数 a 的值为 ()
 A. -5 B. 1 C. 5 或 -1 D. -5 或 1
- 已知 $a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$, 若集合 $\{a, \frac{b}{a}, 1\} = \{a^2, a-b, 0\}$, 则 $a^{2025} + b^{2026} =$ ()
 A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

易错点三 遗忘“空集(\emptyset)”这一特殊集合

字母题

【典例】 已知集合 $A = \{x | (x+1)(x-6) \leq 0\}$, $B = \{x | m-1 \leq x \leq 2m+1\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值范围为_____.

【解析】 由题意得, $A = \{x | -1 \leq x \leq 6\}$.

当 $B = \emptyset$ 时, $m-1 > 2m+1$, 即 $m < -2$, 满足 $B \subseteq A$.

当 $B \neq \emptyset$ 时, 若 $B \subseteq A$, 则 $\begin{cases} m-1 \leq 2m+1, \\ m-1 \geq -1, \\ 2m+1 \leq 6. \end{cases}$ 解得 $0 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

综上, 实数 m 的取值范围为 $\{m | m < -2 \text{ 或 } 0 \leq m \leq \frac{5}{2}\}$.

【易错提示】 已知集合关系如 $B \subseteq A, A \cap B = \emptyset$, 求参数范围的问题中, 忽视对空集的讨论.

核心点拨

警惕空集(\emptyset): 看到子集和含参数的集合, 要先想到空集!


练相似题

- 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值范围为 ()
 A. $[-3, 3]$ B. $(-\infty, 2]$
 C. $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ D. $(-\infty, 3]$

2. 若集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 m 的集合为 ()
- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{-1, 0\}$ D. $\{0, 1\}$
3. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 集合 $B = \{x | 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$. 若 $B \subseteq A$, 则 m 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, 2]$ B. $[-1, 3]$ C. $[-3, 1]$ D. $[0, 2]$
4. 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | 1 < x < a\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(2, +\infty)$ B. $(1, 2]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$
5. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是_____.



考点二 集合的运算



强基础

1. 交集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

2. 交集的性质

- (1) $A \cap B = B \cap A$.
- (2) $A \cap A = A$.
- (3) $A \cap \emptyset = \emptyset$.
- (4) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$.
- (5) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$.

3. 并集的定义

一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与集合 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

4. 并集的性质

- (1) $A \cup B = B \cup A$.
- (2) $A \cup A = A$.

$$(3) A \cup \emptyset = A.$$

$$(4) A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B.$$

$$(5) \text{若 } A \subseteq B, \text{则 } A \cup B = B.$$

5. 全集的定义

若一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,则称这个集合为全集,通常用 U 表示.

6. 补集的定义

对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,读作“ A 在 U 中的补集”,即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

7. 补集的性质

$$(1) \complement_U(\complement_U A) = A.$$

$$(2) \complement_U \emptyset = U, \complement_U U = \emptyset.$$

$$(3) A \cup (\complement_U A) = U.$$

$$(4) A \cap (\complement_U A) = \emptyset.$$

易错点一 忽略代表元素的含义



字母题

【典例】 设集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | |x| \leq 2\}$, $B = \{y | y = 1 - x^2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$

B. $\{0, 1\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$

【解析】 因为 $A = \{x \in \mathbf{N} | |x| \leq 2\} = \{0, 1, 2\}$, $B = \{y | y = 1 - x^2\} = (-\infty, 1]$, 所以 $A \cap B = \{0, 1\}$. 故选 B.

核心点拨

看清代表元素:运算前先确定集合是数集还是点集.

【易错提示】 当集合使用描述法表示时,很多同学只关注后面的条件,却忽略了前面的代表元素是什么,导致运算时“张冠李戴”.遇到描述法,首先认清代表元素,明确集合的本质是数集、点集还是其他.只有代表元素所表示的意义相同的集合,才能进行交、并、补等运算.



练相似题

1. 已知集合 $M = \{x | y = x^2 + 1\}$, $N = \{(x, y) | y = -x^2 + 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{1\}$

B. $(0, 1)$

C. \emptyset

D. $\{(0, 1)\}$

2. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. A B. B C. \emptyset D. \mathbf{R}
3. 设 $A = \{(x, y) | y = x^2 - x\}$, $B = \{(x, y) | y = x\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{(0, 0), (2, 2)\}$ B. $\{(0, 0)\}$ C. $\{(2, 2)\}$ D. \emptyset
4. 已知集合 $P = \{x | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$, $Q = \{y | y = \sqrt{x^2 - 1}\}$, 则 $P \cap (\complement_{\mathbf{R}} Q) =$ ()
 A. \emptyset B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, -1]$
5. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 - 2x - 2\}$, $N = \left\{x \left| y = \frac{2}{\sqrt{1-x}} \right.\right\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $[-3, 1)$ B. $[-1, 1)$ C. $(1, 3)$ D. $[1, 4]$

易错点二 混淆“交、并、补”混合运算的优先级



字母题

【典例】 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x | 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$. 若 $B \cap \complement_{\mathbf{R}} A = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $m \leq 3$ B. $m \leq 9$ C. $m \leq 3$ 或 $m \geq 9$ D. $3 \leq m \leq 9$

【解析】 因为集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 10\}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = (-\infty, -2) \cup (10, +\infty)$.

因为集合 $B = \{x | 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$, $B \cap \complement_{\mathbf{R}} A = \emptyset$,

所以当 B 不为空集时,

$$\begin{cases} 1 - m \geq -2, \\ 1 + m \leq 10, \\ 1 + m \geq 1 - m, \end{cases} \text{ 解得 } 0 \leq m \leq 3.$$

核心点拨

明辨优先级: 运算中没有括号的话, 补集优先, 巧用维恩图.

当 B 为空集时, $1 + m < 1 - m$, 解得 $m < 0$. 综上, m 的取值范围为 $m \leq 3$. 故选 A.

【易错提示】 运算中含有补集运算时, 没有括号的情况下, 一定先算补集, 有括号, 先算括号里面的.



练相似题

1. 已知集合 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 5\}$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$ ()
 A. $\{0, 4\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{0, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$
2. 设全集 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2\}$, 则 $A \cup \complement_M B =$ ()
 A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 3, 4\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{1, 3\}$
3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 \geq 0\}$, 集合 $B = \{x | x - 1 \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ ()
 A. $\{x | x \geq 1\}$ B. $\{x | -1 < x < 1\}$
 C. $\{x | -1 < x \leq 1\}$ D. $\{x | x < -1\}$

4. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{0, 1\}$, 则 $(A \cap B) \cup C =$ ()

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$

5. 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 \leq x \leq 9\}$, 集合 $A = \{0, 1, 3, 4\}$, $B = \{y \mid y = 2x, x \in A\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()

- A. $\{5, 7\}$ B. $\{-1, 5, 7, 9\}$
 C. $\{5, 7, 9\}$ D. $\{-1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

易错点三 处理含参数集合运算时, 遗漏空集



字母题

【典例】 已知集合 $A = \{x \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid ax - 2 = 0\}$, 若 $B = A \cap B$, 则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{-1, -4\}$ B. $\{0, -1, -4\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{0, 1, 4\}$

【解析】 因为 $A = \{x \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$, $B = A \cap B$, 所以 $B \subseteq A$. 又 $B = \{x \mid ax - 2 = 0\}$,

当 $B = \emptyset$ 时, $a = 0$; 当 $B = \{2\}$ 时, 即 $2a - 2 = 0$, 解得 $a = 1$; 当 $B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ 时, $\frac{1}{2}a - 2 = 0$, 解得 $a = 4$. 综上可得实数 a 的取值集合为 $\{0, 1, 4\}$, 故选 D.

【易错提示】 空集是一个特殊而又重要的集合, 它不含任何元素, 记为 \emptyset . 在解隐含有空集参与的集合问题时, 非常容易因忽略空集的特殊性而出错.



练相似题

1. 设集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid m - 6 \leq x < 2m - 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$ B. $(11, +\infty)$
 C. $\left[-\frac{1}{2}, 11\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (11, +\infty)$

2. 设集合 $A = \{x \mid 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x \mid x^2 - 21x + 80 \leq 0\}$, 若 $A \cap B = A$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\{a \mid 2 \leq a \leq 7\}$ B. $\{a \mid 6 \leq a \leq 7\}$
 C. $\{a \mid a \leq 7\}$ D. $\{a \mid a < 6\}$

3. 设集合 $M = \{x | -3 < x < 7\}$, $N = \{x | 2 - t < x < 2t + 1, t \in \mathbf{R}\}$. 若 $M \cup N = M$, 则实数 t 的取值范围为 ()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$

4. 已知集合 $A = \{x | x > 5\}$, $B = \{x | 5a - 1 < x < a + 11\}$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -6]$ B. $[\frac{6}{5}, +\infty)$ C. $[\frac{6}{5}, 3)$ D. $[3, +\infty)$

5. 设 $A = \{3, 5\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 的值可以是_____.

易错点四 处理含参数的集合运算时, 遗漏端点验证



学母题

【典例】已知集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | x > m\}$, 若 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $(-\infty, 1)$ D. $[2, +\infty)$

【解析】因为集合 $B = \{x | x > m\}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x | x \leq m\}$. 由于 $A \cap \complement_{\mathbf{R}} B = \emptyset$, 所以 $m \leq 1$.

故选 A.

核心点拨

验证临界值: 含参数的补集问题, 务必验证端点.

【易错提示】在求解含参数的补集问题时, 端点值

是否取等号是一个极易出错的问题.



练相似题

1. 已知全集为 \mathbf{R} , $A = \{x | x^2 - 1 > 0\}$, $B = \{x | x - a < 0\}$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x | -1 \leq x < 0\}$, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. 0

2. 已知集合 $A = \{x | 2^x > 4\}$, 集合 $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 4)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, 2)$ D. $(2, +\infty)$

3. 已知集合 $A = \{x | x < a\}$, $B = \{x | -1 < x < 2\}$, 且 $A \cup \complement_{\mathbf{R}} B = \mathbf{R}$, 则实数 a 满足 ()

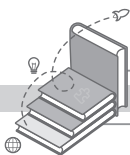
- A. $\{a | a \geq 2\}$ B. $\{a | a > 2\}$
C. $\{a | a < -1\}$ D. $\{a | a \leq -1\}$

4. 设集合 $A = \{x | x + m \geq 0\}$, $B = \{x | -2 < x < 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$, 且 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

5. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, 集合 $B = \{x | -1 - 2a \leq x \leq a - 2\}$.

(1) 若 $a = 4$, 求 $A \cup B, A \cap \complement_U B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.



考点三 简易逻辑



强基础

1. 充要条件的定义

(1) 对于两个命题 p, q , 若有 $p \Rightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

(2) 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的充分且必要条件, 简称充要条件.

(赠册)

职教高考数学易错题精析 参考答案及解析



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

目 录

专题一 集合	1	考点五 三角函数的图像与性质	20
考点一 集合的概念与集合之间的关系	1	考点六 正弦定理和余弦定理	21
考点二 集合的运算	2	专题七 平面向量	22
考点三 简易逻辑	3	考点一 平面向量的概念及线性运算	22
专题二 不等式	3	考点二 平面向量的坐标表示	23
考点一 不等式的基本性质与区间	3	考点三 平面向量的内积	24
考点二 一元二次不等式与分式不等式	4	专题八 解析几何	25
考点三 一元一次不等式(组)与含绝对值的 不等式	5	考点一 直线的方程	25
专题三 函数	6	考点二 两条直线的位置关系	25
考点一 函数的概念及其表示	6	考点三 圆的方程	26
考点二 函数的性质	8	考点四 椭圆	28
考点三 一元二次函数及函数的实际应用	9	考点五 双曲线	29
专题四 指数函数与对数函数	11	考点六 抛物线	31
考点一 指数函数	11	专题九 立体几何	33
考点二 对数及其运算	11	考点一 三视图、棱柱及棱锥	33
考点三 对数函数	12	考点二 圆柱、圆锥、球及简单组合体	34
专题五 数列	13	考点三 平面的基本性质	35
考点一 数列的概念	13	考点四 空间中的平行关系	37
考点二 等差数列	13	考点五 空间中的垂直关系	38
考点三 等比数列	14	专题十 概率与统计	40
专题六 三角函数	16	考点一 排列与组合	40
考点一 角的概念推广与弧度制	16	考点二 二项式定理	40
考点二 任意角的三角函数	16	考点三 概率	41
考点三 同角三角函数的基本关系式与 诱导公式	17	考点四 统计	42
考点四 和角公式与倍角公式	18	考点五 离散型随机变量及其分布	43
		专题十一 复数	45

专题一 集 合

考点一 集合的概念与集合之间的关系

易错点一 混淆“属于(\in)”与“包含于(\subseteq)”的关系

1. B 【解析】 $A = \{x | x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$, 所以 -1 与集合 A 的关系为 $-1 \notin A$. 故选 B.
2. A 【解析】由题意知, 集合 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{0, 4, 8, 12, \dots\}$. 因为 $0 \notin A, 2 \notin B$, 所以 C, D 不正确; “ \in ”用于表示元素与集合之间的关系, 故 B 不正确, 所以 $A \neq B$. 故选 A.
3. C 【解析】对于 A, 应为 $\emptyset \subseteq \{0\}$; 对于 B, 应为 $0 \in \{0\}$; 对于 C, 空集是任何集合的子集, 故 $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$; 对于 D, $\{(1, 2)\}$ 是点集, $\{1, 2\}$ 是数集, 故 $\{(1, 2)\} \subseteq \{1, 2\}$ 说法错误. 故选 C.
4. D 【解析】由 $a \in M$, 可得 $a \in \mathbf{Q}, a^2 - 2a - 3 < 0$, 解得 $-1 < a < 3, \sqrt{2} \in M$ 错误, $\{-1, 0\} \subseteq M$ 错误, $a^2 > 1$ 错误, $a^2 < 9$ 正确. 故选 D.
5. A 【解析】由题可知 $0 \in A, 1 \in A, 2 \notin A$, 故 A 正确, B, C 错误, 集合 $\{0, 1, 2\}$ 不是集合 A 的子集, 故 D 错误. 故选 A.

易错点二 忽略集合元素的“互异性”

1. D 【解析】当 $a^2 + 1 = 2$ 时, $a = \pm 1$. 当 $a = 1$ 时, $a + 1 = a^2 + 1 = 2$, 不满足互异性, 舍去; 当 $a = -1$ 时, 集合为 $\{1, 2, 0\}$, 满足; 当 $a + 1 = 2$ 时, $a = 1$, 不满足互异性, 舍去. 综上, $a = -1$. 故选 D.
2. D 【解析】因为 $-3 \in A$, 当 $a - 2 = -3$, 即 $a = -1$ 时, $A = \{-3, -3, 12\}$, 集合中有相同元素, 舍去; 当 $2a^2 + 5a = -3$, 即 $a = -1$ (舍) 或 $a = -\frac{3}{2}$ 时, $A = \{-\frac{7}{2}, -3, 12\}$, 符合. 综上可知, 由 a 的值构成的集合是 $\{-\frac{3}{2}\}$. 故选 D.
3. A 【解析】由题意, 知 $2 \in A$, 可得: (1) 当 $m = 2$ 时, $m^2 - 3m + 2 = 0$, 不满足集合元素的互异性, 舍去; (2) 当 $m^2 - 3m + 2 = 2$, 解得 $m = 3$ 或 $m = 0$. ①当 $m = 0$ 时不满足元素的互异性, 舍去, ②当 $m = 3$ 时, 集合 $A = \{0, 2, 3\}$, 符合题意. 所以 $m = 3$. 故选 A.
4. B 【解析】因为 $A = \{a + 1, a^2 + 4a - 9, 2 021\}$, 且 $-4 \in A$, 所以 $-4 = a^2 + 4a - 9$ 或 $-4 = a + 1$. (1) 当 $-4 = a^2 + 4a - 9$ 时, 解得 $a = -5$ 或 $a = 1$. ①当 $a = -5$ 时, $a + 1 = -4, a^2 + 4a - 9 = -4$, 此时

$A = \{-4, -4, 2 021\}$, 不满足集合元素的互异性, 故舍去;

②当 $a = 1$ 时, $a + 1 = 2, a^2 + 4a - 9 = -4$, 此时 $A = \{2, -4, 2 021\}$, 符合题意;

(2) 当 $a + 1 = -4$, 即 $a = -5$ 时, $A = \{-4, -4, 2 021\}$, 不满足集合元素的互异性, 故舍去.

综上所述: 实数 a 的值为 1. 故选 B.

5. B 【解析】因为集合 $\{a, \frac{b}{a}, 1\} = \{a^2, a - b, 0\}$, 分母 $a \neq 0$, 所以 $b = 0, a^2 = 1$, 且 $a^2 \neq a - b = a$, 解得 $a = -1$, 所以 $a^{2025} + b^{2026} = -1$. 故选 B.

易错点三 遗忘“空集(\emptyset)”这一特殊集合

1. D 【解析】当 $B = \emptyset$ 时, $m + 1 > 2m - 1$, 解得 $m < 2$, 满足题意;

当 $B \neq \emptyset$ 时, 由 $B \subseteq A$, 得 $\begin{cases} m + 1 \leq 2m - 1, \\ -2 \leq m + 1, \\ 2m - 1 \leq 5, \end{cases}$ 解得 $2 \leq m \leq 3$.

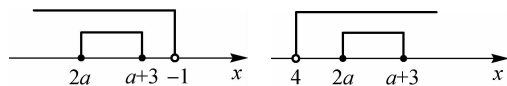
综上可得 $B \subseteq A$ 时, 实数 m 的取值范围为 $(-\infty, 3]$. 故选 D.

2. A 【解析】由于 $A = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}, B \subseteq A$, 对 B 分 3 种情况讨论: ① $B = \emptyset$, 即方程 $mx = 1$ 无解, 可得 $m = 0$; ② $B = \{1\}$, 即方程 $mx = 1$ 的解为 $x = 1$, 即 $m \times 1 = 1$, 可得 $m = 1$; ③ $B = \{-1\}$, 即方程 $mx = 1$ 的解为 $x = -1$, 即 $m \times (-1) = 1$, 可得 $m = -1$; 综上可得实数 m 的值组成的集合为 $\{-1, 0, 1\}$. 故选 A.

3. A 【解析】当 $m < 0$ 时, $B = \emptyset$, 满足 $B \subseteq A$; 当 $m \geq 0$ 时, 若 $B \subseteq A$, 只需满足 $\begin{cases} 1 - m \geq -1, \\ 1 + m \leq 3, \end{cases}$ 解得 $0 \leq m \leq 2$. 综上, m 的取值范围是 $(-\infty, 2]$. 故选 A.

4. C 【解析】集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}, B = \{x | 1 < x < a\}$, 若 $B \subseteq A$, 则当 $B = \emptyset$ 时, $B \subseteq A$ 满足题意, 此时, $a \leq 1$; 当 $B \neq \emptyset$ 时, $1 < a \leq 2$, 综上所述, 实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$. 故选 C.

5. $\{a | a < -4 \text{ 或 } a > 2\}$ 【解析】当 $B = \emptyset$ 时, $2a > a + 3$, 即 $a > 3$, 满足要求; 当 $B \neq \emptyset$ 时, 根据题意作出如图所示的数轴, 可得 $\begin{cases} a + 3 \geq 2a, \\ a + 3 < -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a + 3 \geq 2a, \\ 2a > 4, \end{cases}$ 解得 $a < -4$ 或 $2 < a \leq 3$.



综上,实数 a 的取值范围为 $\{a|a < -4 \text{ 或 } a > 2\}$.

考点二 集合的运算

易错点一 忽略代表元素的含义

1. C 【解析】因为集合 $M = \{x|y = x^2 + 1\}$ 为数集, $N = \{(x, y)|y = -x^2 + 1\}$ 为点集, 所以两集合没有共同元素, 则 $M \cap N = \emptyset$. 故选 A.

2. C 【解析】由 $B = \{(x, y)|x \in A, y \in A\}$ 可得 $B = \{(-1, 1), (-1, -1), (1, -1), (1, 1)\}$, 故 $A \cap B = \emptyset$. 故选 C.

3. A 【解析】根据题意知联立集合 A 与集合 B 得方程组 $\begin{cases} y = x^2 - x, \\ y = x \end{cases}$ 解之可得 $\begin{cases} x = 0, \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 2 \end{cases}$, 所以 $A \cap B = \{(0, 0), (2, 2)\}$. 故选 A.

4. D 【解析】由 $y = \sqrt{x^2 - 1}$, 可得 $x^2 - 1 \geq 0$, 解得 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 所以 $P = \{x|y = \sqrt{x^2 - 1}\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$. 又 $x^2 - 1 \geq 0$, 则 $y = \sqrt{x^2 - 1} \geq 0$, 所以 $Q = \{y|y = \sqrt{x^2 - 1}\} = [0, +\infty)$. 所以 $\complement_{\mathbb{R}}Q = (-\infty, 0)$, 所以 $P \cap (\complement_{\mathbb{R}}Q) = (-\infty, -1]$. 故选 D.

5. A 【解析】 $M = \{y|y = x^2 - 2x - 2\} = \{y|y = (x-1)^2 - 3\} = \{y|y \geq -3\}$, $N = \left\{x \mid y = \frac{2}{\sqrt{1-x}}\right\} = \{x|1-x > 0\} = \{x|x < 1\}$, 故 $M \cap N = \{y|y \geq -3\} \cap \{x|x < 1\} = [-3, 1)$. 故选 A.

易错点二 混淆“交、并、补”混合运算的优先级

1. A 【解析】已知 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 5\}$, 则 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$. 因为 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以 $\complement_U(A \cup B) = \{0, 4\}$. 故选 A.

2. B 【解析】因为全集 $M = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2\}$, 所以 $\complement_M B = \{1, 3, 4\}$. 又 $A = \{1, 3\}$, 则 $A \cup \complement_M B = \{1, 3, 4\}$. 故选 B.

3. B 【解析】由 $x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 故集合 $A = \{x|x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 1\}$, 所以 $\complement_{\mathbb{R}}A = \{x|-1 < x < 1\}$, 易得集合 $B = \{x|x \leq 1\}$, 故 $(\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{x|-1 < x < 1\}$. 故选 B.

4. B 【解析】由已知, $A \cap B = \{1, 2\}$, 所以 $(A \cap B) \cup C = \{0, 1, 2\}$. 故选 B.

5. C 【解析】因为 $U = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x \leq 9\}$, 所以 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. 因为集合 $A = \{0, 1, 3, 4\}$, 集合 $B = \{y|y = 2x, x \in A\}$, 所以 $B = \{0, 2, 6, 8\}$. 所以 $\complement_U A = \{2, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $\complement_U B = \{1, 3, 4, 5, 7,$

$9\}$, 所以 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5, 7, 9\}$. 故选 C.

易错点三 处理含参数集合运算时, 遗漏空集

1. D 【解析】结合 B 是不是空集进行分类讨论可求 m 的取值范围.

当 $B = \emptyset$ 时, $A \cap B = \emptyset$, 则 $m - 6 \geq 2m - 1$, 即 $m \leq -5$;

当 $B \neq \emptyset$ 时, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $\begin{cases} m - 6 < 2m - 1, \\ 2m - 1 \leq -2 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} m - 6 < 2m - 1, \\ m - 6 > 5, \end{cases}$ 解得 $-5 < m \leq -\frac{1}{2}$ 或 $m > 11$.

综上, 实数 m 的取值范围为 $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (11, +\infty)$. 故选 D.

2. C 【解析】显然 $B = \{x|x^2 - 21x + 80 \leq 0\} = \{x|5 \leq x \leq 16\}$, 由 $A \cap B = A$, 得 $A \subseteq B$.

当 $A = \emptyset$ 时, $2a + 1 > 3a - 5$, 解得 $a < 6$, 满足 $A \subseteq B$, 则 $a < 6$;

当 $A \neq \emptyset$ 时, $5 \leq 2a + 1 \leq 3a - 5 \leq 16$, 解得 $6 \leq a \leq 7$; 所以 $a \leq 7$. 故选 C.

3. C 【解析】由 $M \cup N = M$ 得 $N \subseteq M$. 因为集合 $M = \{x|-3 < x < 7\}, N = \{x|2 - t < x < 2t + 1, t \in \mathbb{R}\}$.

当 $N = \emptyset$ 时, 有 $2 - t \geq 2t + 1$, 解得 $t \leq \frac{1}{3}$; 当 $N \neq \emptyset$

时, 有 $\begin{cases} 2t + 1 > 2 - t, \\ 2t + 1 \leq 7, \\ 2 - t \geq -3, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3} < t \leq 3$. 综上, 实数 t 的

取值范围为 $(-\infty, 3]$. 故选 C.

4. B 【解析】因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$.

若 $B = \emptyset$, 则 $5a - 1 \geq a + 11$, 解得 $a \geq 3$;

若 $B \neq \emptyset$, 则 $\begin{cases} 5a - 1 < a + 11, \\ 5a - 1 \geq 5, \end{cases}$ 解得 $\frac{6}{5} \leq a < 3$.

综上所述, a 的取值范围是 $[\frac{6}{5}, +\infty)$. 故选 B.

5. 0 或 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{5}$ 【解析】 $A \cap B = B$, 即 $B \subseteq A$, 当 $a = 0$ 时, $B = \emptyset$, 满足题意,

当 $a \neq 0$ 时, $B = \{x|ax - 1 = 0\} = \{\frac{1}{a}\}$, 所以 $\frac{1}{a} =$

3 或 $\frac{1}{a} = 5$, 即 $a = \frac{1}{3}$ 或 $a = \frac{1}{5}$. 综上, $a = 0$ 或 $a = \frac{1}{3}$

或 $a = \frac{1}{5}$.

易错点四 处理含参数的集合运算时, 遗漏端点验证

1. D 【解析】由题意, $A = \{x|x^2 - 1 > 0\} = \{x|x > 1 \text{ 或 } x < -1\}$, 则 $\complement_{\mathbb{R}}A = \{x|-1 \leq x \leq 1\}$. 由 $(\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B =$

$\{x|-1 \leq x < 0\}$, 可知 $B = \{x|x < 0\}$, 从而可知 $a = 0$. 故选 D.

2. D 【解析】因为 $A = \{x|2^x > 4\} = \{x|2^x > 2^2\} = \{x|x > 2\}$, $B = \{x|x < a\}$, 又 $A \cup B = \mathbf{R}$, 所以结合数轴可得 $a > 2$, 所以 a 的取值范围为 $(2, +\infty)$. 故选 D.

3. A 【解析】因为 $B = \{x|-1 < x < 2\}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} B = \{x|x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$, 因为集合 $A = \{x|x < a\}$, $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$, 所以 $\{a|a \geq 2\}$. 故选 A.

4. 解: 集合 $A = \{x|x+m \geq 0\} = \{x|x \geq -m\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x|x < -m\}$. 又 $B = \{x|-2 < x < 4\}$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \emptyset$, 则 $-m \leq -2$, 所以 $m \geq 2$, 即 m 的取值范围是 $[2, +\infty)$.

5. 解: (1) 因为 $a = 4$, 所以 $B = \{x|-9 \leq x \leq 2\}$. 因为 $A = \{x|1 \leq x \leq 5\}$, 所以 $A \cup B = \{x|-9 \leq x \leq 5\}$. 因为 $U = \mathbf{R}$, 所以 $\complement_U B = \{x|x < -9 \text{ 或 } x > 2\}$, 所以 $A \cap \complement_U B = \{x|2 < x \leq 5\}$.

(2) 由 $B \subseteq A$, 可得

① 当 $B = \emptyset$ 时, 满足 $B \subseteq A$, 此时 $-1 - 2a > a - 2$, 解得 $a < \frac{1}{3}$;

② 当 $B \neq \emptyset$ 时, 要满足 $B \subseteq A$,

$$\text{则} \begin{cases} -1 - 2a \geq 1, \\ a - 2 \leq 5, \\ -1 - 2a \leq a - 2, \end{cases} \quad \text{解得 } a \in \emptyset.$$

综上所述, 实数 a 的取值范围是 $\left\{a \mid a < \frac{1}{3}\right\}$.

考点三 简易逻辑

易错点 混淆“充分条件”与“必要条件”的判定方向

1. D 【解析】设不等式 $|x+1| < a$ 的解集为 A , $B = (0, 4)$. 因为不等式 $|x+1| < a$ 成立的充分条件是 $0 < x < 4$, 所以 $B \subseteq A$, 所以 $A \neq \emptyset$, 所以 $a > 0$. 由 $|x+1| < a \Rightarrow -a < x+1 < a$, $-a-1 < x < a-1$, 所以 $A = (-a-1, a-1)$. 由 $B \subseteq A$ 可得 $\begin{cases} -a-1 \leq 0, \\ a-1 \geq 4 \end{cases} \Rightarrow a \geq 5$. 故选 D.

2. C 【解析】当 $a-3=0$, 即 $a=3$ 时, $\forall x > 0$, $(a-3)x-1 = -1 \neq 0$, 所以 $a \neq 3$; 当 $a-3 \neq 0$, 即 $a \neq 3$ 时, $\exists x > 0$, $(a-3)x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{a-3} > 0 \Leftrightarrow a > 3$. 故选 C.

3. D 【解析】对于 A, $a+c > b+c \Leftrightarrow a > b$, A 不是; 对于 B, 当 $c < 0$ 时, 由 $ac > bc$, 得 $a < b$, B 不是; 对于 C, $a^2 > b^2$, 可能有 $a < b$, 如 $a = -2, b = 1$, C 不是; 对于 D, 由 $ac^2 > bc^2$, 得 $c^2 > 0$, 则 $a > b$; 若 $a > b, c = 0$, 则 $ac^2 = bc^2$, D 是. 故选 D.

4. A 【解析】不等式 $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$, 设使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件对应的集合为 A, 则 $(-1, 1)$ 是 A 的真子集, 由此对照各项, 可知只有 A 项符合题意. 故选 A.

5. B 【解析】由题可知 $B = \{x|-5 \leq x \leq 4\}$, $A = \{x|(x-m^2)(x-2m+1) \leq 0\}$, 当 $m=1$ 时, $A = \{1\}$, 当 $m \neq 1$ 时, $A = \{x|2m-1 \leq x \leq m^2\}$. 因为 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的必要不充分条件, 则集合 A 是集合 B 的真子集, 显然当 $m=1$ 时成立; 当 $m \neq 1$ 时, $\begin{cases} -5 \leq 2m-1, \\ m^2 < 4, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -5 < 2m-1, \\ m^2 \leq 4, \end{cases}$ 解得 $-2 < m \leq 2$ 且 $m \neq 1$, 综上所述: $m \in (-2, 2]$. 故选 B.

专题二 不等式

考点一 不等式的基本性质与区间

易错点一 忽略不等式性质成立的前提条件

1. C 【解析】对于 A, 当 $a=1, b=-1, c=-2$ 时, 不满足 $ab > bc$, 故 A 错误;

对于 B, 当 $c=0$ 时, $ac^2 = bc^2$, 故 B 错误;

对于 C, 因为 $a > b > c$, 所以 $a-c > 0$, 所以 $\frac{1}{a-c} > 0$,

则 $\frac{a}{a-c} > \frac{b}{a-c}$, 故 C 正确;

对于 D, 当 $a=-1, b=-2, c=-3$ 时, 不满足 $a(a-c) > b(b-c)$, 故 D 错误. 故选 C.

2. C 【解析】因为 $y=0.3^x$ 在定义域 \mathbf{R} 上单调递减且 $a > b > 0$, 所以 $0.3^a < 0.3^b$, 故 A 中不等式一定成立; 因为 $y = \lg x$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $a > b > 0$, 所以 $\lg a > \lg b$, 故 B 中不等式一定成立;

当 $a > 1 > b > 0$ 时, $\frac{1}{a-1} > 0 > \frac{1}{b-1}$, 故 C 中不等式不一定成立;

因为 $y = \sqrt{x}$ 在定义域 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $a > b > 0$, 所以 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 故 D 中不等式一定成立. 故选 C.

3. C 【解析】令 $a = -2, b = -1$. 对于 A, 满足 $a^2 > b^2$, 但 $a < b$, 故 A 错误; 对于 B, 满足 $a^2 > b^2$, 但 $\frac{1}{a} >$